Автономная некоммерческая образовательная организация
высшего образования
«Воронежский экономико-правовой институт»
(АНОО ВО «ВЭПИ»)

АНОО ВО "ВОРОНЕЖСКИЙ ЭКОНОМИКО-ПРАВОВОЙ ИНСТИТУТ", АНОО ВО "ВЭПИ", ВЭПИ

Подписано цифровой подписью: АНОО ВО "ВОРОНЕЖСКИЙ ЭКОНОМИКО-ПРАВОВОЙ ИНСТИТУТ", АНОО ВО "ВЭПИ", ВЭПИ
Дата: 2023.09.01 12:22:04 +03'00'

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по учебно-методической работе
_____________ А.Ю. Жильников
«22» января 2018 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Б1.Б.08 Математический анализ
(наименование дисциплины (модуля))

38.03.01 Экономика
(код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) Финансы и кредит
(наименование направленности (профиля))

Квалификация выпускника Бакалавр
(наименование квалификации)

Форма обучения очная, заочная
(очная, очно-заочная, заочная)

Рекомендован к использованию Филиалами АНОО ВО «ВЭПИ»

Воронеж
2018

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной информатики.

Протокол от «17» января 2018 г. № 6

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) согласован со следующими представителями работодателей или их объединений, направление деятельности которых соответствует области профессиональной деятельности, к которой готовятся обучающиеся:

1. Заместитель директора филиала «Воронежский» ПАО КБ «Уральский Банк реконструкции и развития» Ретунская Е.Г. 19.01.2018

(должность, наименование организации, фамилия, инициалы, подпись, дата, печать)

2. Директор ООО КФ «Оланд» Кудрявцева А.А.

(должность, наименование организации; фамилия, инициалы, подпись, дата, печать)

Заведующий кафедрой Г.А. Курина

Разработчики:

Доцент Г.А. Курина

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОП ВО

Целью проведения дисциплины Б1.Б.08 Математический анализ является достижение следующих результатов обучения:

Код компетенции	Наименование компетенции
ОК-7	способностью к самоорганизации и самообразованию
ОПК-2	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач
ОПК-3	способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы
ПК-10	способностью использовать для решения коммуникативных задач современные технические средства и информационные технологии

В формировании данных компетенций также участвуют следующие дисциплины (модули), практики и ГИА образовательной программы (по семестрам (курсам) их изучения):

- для очной формы обучения:

Наименование дисциплин (модулей), практик, ГИА	Этапы формирования компетенций по семестрам изучения							
	1 сем.	2 сем.	3 сем.	4 сем.	5 сем.	6 сем.	7 сем.	8 сем.
История		ОК-7						
Иностранный язык	ОК-7	ОК-7						
Право		ОК-7						
Логика		ОПК-2						
Линейная алгебра	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3,	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3						
Теория вероятностей и математическая статистика			ОПК-2, ОПК-3					
Эконометрика					ОПК-2			
Методы оптимальных решений			ОПК-3					
Микроэкономика	ОК-7							
Макроэкономика		ОК-7						
Статистика				ОПК-2				
Бухгалтерский учёт и анализ			ОПК-2	ОПК-2				
Менеджмент						ОПК-2, ОПК-3		
Маркетинг				ОПК-3				
Физическая культура и спорт	ОК-7							
Информатика	ОПК-3							
Информационные технологии в экономике					ОПК-3, ПК-10	ОПК-3, ПК-10		
Финансовая математика				ОПК-2				
Экономика труда							ОПК-2	
Международные финансы							ОПК-2	ОПК-2
Финансовый анализ							ОПК-3	ОПК-3
Учёт и анализ банкротств							ОПК-3	ОПК-3
Оценка стоимости бизнеса								ОПК-2
Экономическая информатика	ОПК-2, ПК-10							
Экономические информационные системы	ОПК-2, ПК-10							
Краткосрочная финансовая политика							ОПК-2	

Долгосрочная финансовая политика							ОПК-2	
1С: Бухгалтерия			ОПК-2, ОПК-3					
Лабораторный практикум по статистике			ОПК-2, ОПК-3					
Учебная практика (Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности)				ОК-7, ОПК-3, ПК-10				
Производственная практика (Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности)						ПК-10		
Научно-исследовательская работа								ПК-10
Производственная практика (преддипломная практика)								ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
Защита выпускной квалификационной работы, включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты								ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
Права человека					ОК-7			
Подготовка публичной защиты ВКР								ОК-7, ПК-10

- для заочной формы обучения:

Наименование дисциплин (модулей), практик, ГИА	Этапы формирования компетенций по семестрам изучения				
	1 курс	2 курс	3 курс	4 курс	5 курс
История	ОК-7				
Иностранный язык	ОК-7	ОК-7			
Право	ОК-7				
Логика	ОПК-2				
Линейная алгебра	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3				
Теория вероятностей и математическая статистика		ОПК-2, ОПК-3			
Эконометрика			ОПК-2		
Методы оптимальных решений			ОПК-3		
Микроэкономика	ОК-7				
Макроэкономика		ОК-7			
Статистика		ОПК-2			
Бухгалтерский учёт и анализ		ОПК-2			
Менеджмент			ОПК-2, ОПК-3		
Маркетинг			ОПК-3		
Финансовый анализ					ОПК-3
Учёт и анализ банкротств					ОПК-3
Физическая культура и спорт	ОК-7				
Информатика	ОПК-3				
Информационные технологии в экономике				ОПК-3, ПК-10	
Финансовая математика			ОПК-2		
Экономика труда				ОПК-2	
Международные финансы					ОПК-2
Оценка стоимости бизнеса				ОПК-2	
Экономическая информатика		ОПК-2, ПК-10			
Экономические информационные системы		ОПК-2, ПК-10			
Краткосрочная финансовая политика				ОПК-2	
Долгосрочная финансовая политика				ОПК-2	
1С: Бухгалтерия			ОПК-2, ОПК-3		

Лабораторный практикум по статистике			ОПК-2, ОПК-3		
Учебная практика (Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности)			ОК-7, ОПК-3, ПК-10		
Производственная практика (Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности)				ПК-10	
Производственная практика (преддипломная практика)					ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
Защита выпускной квалификационной работы, включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты					ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
Права человека			ОК-7		
Подготовка публичной защиты ВКР					ОК-7, ПК-10

Этап дисциплины (модуля) Б1.Б.08 Математический анализ в формировании компетенций соответствует:

- для очной формы обучения – 1 и 2 семестру;
- для заочной формы обучения – 1 курсу.

2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, шкалы оценивания

Показателями оценивания компетенций являются следующие результаты обучения:

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ОК-7	Знать: различные методы решения задач по математическому анализу, приёмы и методы самостоятельной работы Уметь: выбирать оптимальный метод решения математических задач, осуществлять практическую и познавательную деятельность в отсутствие прямого педагогического воздействия, планировать самостоятельную работу Владеть: навыками использования инструментов алгебры и начала анализа, основными методами решения математических задач; методами самостоятельной работы
ОПК-2	Знать: методы сбора и анализа исходных данных для расчета экономических и социально-экономических показателей. Уметь: проводить анализ данных, необходимых для расч ета экономических и социально-экономических показателей. Владеть: методами сбора, анализа и обработки данных с помощью приемов математического анализа для решения экономических задач
ОПК-3	Знать: основы построения, расчета и анализа современной системы показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов на микро- и макроуровне. Уметь: применять инструментарий математического анализа для выполнения вычислений; делать и обосновывать выводы на основании проведенных расчетов Владеть: навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач
ПК-10	Знать: основные информационные технологии обработки и передачи информации организации.

	Уметь: использовать методы передачи информации с помощью технических средств и информационных технологий Владеть: навыками использования современных информационных технологий в математическом анализе.

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины (модуля):

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенции (части компетенций)	Критерии оценивания	Оценочные средства текущего контроля успеваемости	Шкала оценивания
1	Тема 1 Функция.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3	Знать: - Определение функции. Уметь: - применять определение функции. Владеть: - монотонной функцией	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
2	Тема 2 Теория пределов.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3	Знать: - свойства бесконечно-малых функций. Уметь: - применять бесконечно-малые функции. Владеть: - пределом функции в точке.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
3	Тема 3 Непрерывные функции.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3	Знать: - первый замечательный предел. Уметь: - применять второй замечательный предел. Владеть: - вторым замечательным пределом	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
4	Тема 4 Производная.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3	Знать: - определение производной. Уметь: - определять производную Владеть: - непрерывность дифференцируемых функций.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
5	Тема 5 Производные основных элементарных функций.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3	Знать: - Производная степенной функции. Уметь: - применять логарифмическое дифференцирование.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»

			Владеть: - логарифмическим дифференцированием		
6	Тема 6 Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - вид дифференциала второго порядка. Уметь: - применять производную третьего порядка. Владеть: - производной третьего порядка.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
7	Тема 7 Основные теоремы о дифференцируемых функциях.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - теорему Ролля. Уметь: - применять теорему Лагранжа. Владеть: - теоремой Коши.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
8	Тема 8 Монотонность, экстремумы функций.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - условия возрастания функции. Уметь: - применять теорему Ферма. Владеть: - достаточным условием экстремума при помощи первой производной.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
9	Тема 9 Выпуклость, вогнутость, точки перегиба.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - условия вогнутости функции. Уметь: - применять условия вогнутости функции. Владеть: - точкой перегиба.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
10	Тема 10 Формула Тейлора.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - формулу Тейлора. Уметь: - применять формулу Тейлора. Владеть: - разложением по формуле Тейлора функции sinx.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
11	Тема 11 Понятие функции многих переменных.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - функции двух переменных Уметь: - применять функции двух переменных Владеть: - функциями двух переменных	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
12	Тема 12 Дифференциальное исчисление функции многих переменных.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - частные производные Уметь: - применять частные	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»

			производные Владеть: - формулой частных производных		
13	Тема 13 Экстремумы.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - определение максимума функции многих переменных. Уметь: - определять максимум функции многих переменных. Владеть: - необходимым условием экстремума.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
14	Тема 14 Условный экстремум.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - условный экстремум. Уметь: - находить экстремум. Владеть: - условным экстремум.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
15	Тема 15 Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - неопределенный интеграл и его свойства Уметь: - применять неопределенный интеграл и его свойства Владеть: - неопределенным интегралом и его свойствами	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
16	Тема 16 Основные методы интегрирования.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - методы интегрирования Уметь: - методами интегрирования Владеть: - способами интегрирования	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
17	Тема 17 Интегрирование рациональных функций.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - интегрирование рациональных функций Уметь: - применять интегрированные рациональные функции Владеть: - интегрированием рациональных функций	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
18	Тема 18 Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - интегрирование тригонометрических и иррациональных функций	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»

			Уметь: - применять интегрирование тригонометрических и иррациональных функций Владеть: - интегрированием тригонометрических и иррациональных функций		
19	Тема 19 Понятие определенного интеграла и его свойства.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - интегральная сумма. Уметь: - применять интеграл Владеть: - интегралом	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
20	Тема 20 Формула Ньютона-Лейбница.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - формула Ньютона-Лейбница. Уметь: - применять формулу Ньютона-Лейбница. Владеть: - интегрированием по частям.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
21	Тема 21 Приложения определенного интеграла.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - площадь фигуры. Уметь: - определять площадь фигуры. Владеть: - определением площадь фигуры.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
22	Тема 22 Несобственные интегралы.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - сходимость интеграла с бесконечными пределами. Уметь: - рассчитывать интеграл от неограниченной функции. Владеть: - сходимостью интеграла	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
23	Тема 23 Дифференциальные уравнения. Основные понятия.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - порядок дифференциального уравнения. Уметь: - рассчитывать дифференциальный уравнение Владеть: - методикой расчета дифференциального уравнения	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
24	Тема 24 Однородные и линейные дифференциальные	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - определение однородных дифференциальных	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных	«Зачтено» «Не зачтено»

	уравнения первого порядка.		уравнений первого порядка. Уметь: - рассчитывать дифференциальные уравнения первого порядка. Владеть: - методом решения линейных дифференциальных уравнений первого порядка.	задач	
25	Тема 25 Дифференциальные уравнения второго порядка.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - определение дифференциальных уравнений второго порядка. Уметь: - рассчитывать дифференциальные уравнения второго порядка Владеть: - общем и частным решением.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
26	Тема 26 Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - определение линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Уметь: - рассчитывать определитель Вронского. Владеть: - определитель Вронского.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
27	Тема 27 Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - определение линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Уметь: - строить характеристическое уравнение. Владеть: - структурой общего решения линейных дифференциальных уравнений	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
28	Тема 28 Числовые ряды.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - сумма ряда. Уметь: - применять сумму ряда. Владеть: - условием	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»

			сходимости ряда геометрической прогрессии.		
29	Тема 29 Признаки сходимости рядов с положительными членами.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - признак сравнения. Уметь: - применять признак Даламбера. Владеть: - интегральным признаком.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
30	Тема 30 Арифметические операции над комплексными числами.	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	Знать: - определение комплексного числа. Уметь: - применять арифметические операции на множестве комплексных чисел. Владеть: - формулой деления двух комплексных чисел	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
ИТОГО			Форма контроля	Оценочные средства промежуточной аттестации	Шкала оценивания
			Зачет с оценкой	Письменный ответ на билет	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
			Экзамен	Письменный ответ на билет	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»

Критерии оценивания результатов обучения для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

1. Критерий оценивания устного ответа:

Зачтено – хорошее знание основных терминов и понятий курса, последовательное изложение материала курса, умение формулировать некоторые обобщения по теме вопросов, достаточно полные ответы на вопросы, умение использовать фундаментальные понятия из базовых дисциплин при ответе.

Не зачтено – не выполнены требования, соответствующие оценке «зачтено».

2. Критерии оценивания доклада:

Зачтено – содержание основано на глубоком и всестороннем знании темы, изученной литературы, изложено логично, аргументировано и в полном объеме, основные понятия, выводы и обобщения сформулированы убедительно и доказательно, возможны недостатки в систематизации или в обобщении материала, неточности в выводах, основные категории применяются для изложения материала.

Не зачтено – не выполнены требования, соответствующие оценке «зачтено».

3. Критерии оценивания тестирования:

Оценка «отлично» – 86 % – 100 % правильных ответов.

Оценка «хорошо» – 70 % – 85 % правильных ответов.

Оценка «удовлетворительно» – 51 % – 69 % правильных ответов.

Оценка «неудовлетворительно» – 50 % и менее правильных ответов.

4. Критерии оценивания решения ситуационных задач:

Зачтено – ответ на вопрос задачи дан правильный, объяснение хода её решения подробное, последовательное, грамотное, с теоретическими обоснованиями или решение подробное, но недостаточно логичное, с единичными ошибками в деталях, некоторыми затруднениями в теоретическом обосновании, или ответ на вопрос задачи дан правильный, объяснение хода её решения недостаточно полное, непоследовательное, с ошибками, слабым теоретическим обоснованием.

Не зачтено – не выполнены требования, соответствующие оценке «зачтено».

5. Критерии оценивания ответа на зачете с оценкой:

Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал знание основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образования, умение показать уровень сформированности практических профессиональных умений и навыков, способность четко и аргументировано отвечать на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал недостаточно полное знание основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образования, проявил неявное умение продемонстрировать уровень сформированности практических профессиональных умений и навыков, давал не всегда четкие и логичные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал неглубокие знания основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образования, а также испытывал существенные затруднения при ответе на дополнительные вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал отсутствие знаний основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образования при ответе на вопросы билета.

6. Критерии оценивания ответа на экзамене:

Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал знание основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образования, умение показать уровень сформированности практических профессиональных умений и навыков, способность четко и аргументировано отвечать на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал недостаточно полное знание основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образования, проявил неявное умение продемонстрировать уровень сформированности практических профессиональных умений и навыков, давал не всегда четкие и логичные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал неглубокие знания основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образования, а также испытывал существенные затруднения при ответе на дополнительные вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал отсутствие знаний основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образования при ответе на вопросы билета.

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

1 ЭТАП – Текущий контроль освоения дисциплины

3.1. «Вопросы для устного опроса»:

1. Дать определения функции, последовательности.
2. Рассказать о способах задания функции, свойствах функций.
3. Дать понятие экстремума.
4. Дать определения предела последовательности.
5. Рассказать о свойствах бесконечно-малых функций.
6. Доказать теорему о пределе промежуточной функции.
7. Дать определение непрерывности.
8. Перечислить свойства функций, непрерывных на отрезке.
9. Рассказать о первом и втором замечательных пределах.
10. Рассказать основные правила дифференцирования.
11. Производная сложной функции.
12. Рассказать о производной степенной функции.
13. Рассказать о производной логарифмической функции.
14. Привести примеры логарифмического дифференцирования.

15. Дать определение дифференциала.
16. Рассказать о производных и дифференциалах высших порядков.
17. Рассказать о дифференциале степенной функции.
18. Доказать теорему Ролля.
19. Рассказать о Правиле Лопиталя.
20. Доказать теоремы Лагранжа, Коши.
21. Перечислить условия монотонности функции, необходимое условие экстремума, достаточные условия экстремума по первой и второй производным.
22. Рассказать об условиях возрастания функции.
23. Доказать теорему Ферма.
24. Перечислить условия выпуклости функции.
25. Перечислить условия вогнутости функции.
26. Описать схему построения графика функции.
27. Рассказать о многочлене Тейлора.
28. Разложение по формуле Тейлора функции sinx.
29. Рассказать об остаточном члене формулы Тейлора.
30. Область определения функции двух переменных.
31. Линии уровня.
32. График функции двух переменных.
33. Определение частной производной.
34. Производная по направлению.
35. Градиент.
36. Определение максимума функции многих переменных.
37. Необходимое условие экстремума.
38. Достаточные условия экстремума для функции двух переменных.
39. Задача на условный экстремум.
40. Множители Лагранжа.
41. Алгоритм решения задачи на условный экстремум.
42. Свойства первообразной.
43. Определение неопределенного интеграла.
44. Неопределенный интеграл от показательной функции.
45. Замена переменной.
46. Интегрирование по частям.
47. Классы функций, для которых применяется формула интегрирования по частям.
48. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители.
49. Неправильные дроби.
50. Простейшие дроби.
51. Выражение sinx и cosx через тангенс половинного аргумента.
52. Интеграл от степени sinx.
53. Подстановки при интегрировании некоторых иррациональных функций.
54. Интегральная сумма.

55. Определенный интеграл.
56. Формула Ньютона-Лейбница.
57. Замена переменной.
58. Интегрирование по частям.
59. Площадь фигуры.
60. Объем тела вращения.
61. Длина дуги.
62. Сходимость интеграла с бесконечными пределами.
63. Интеграл от неограниченной функции.
64. Порядок дифференциального уравнения.
65. Общее решение дифференциального уравнения первого порядка.
66. Решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
67. Определение однородных дифференциальных уравнений первого порядка.
68. Определение линейных дифференциальных уравнений первого порядка.
69. Метод решения линейных дифференциальных уравнений первого порядка.
70. Определение дифференциальных уравнений второго порядка.
71. Общее и частное решения.
72. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
73. Определение линейных дифференциальных уравнений второго порядка.
74. Определитель Вронского.
75. Структура общего решения.
76. Определение линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.
77. Характеристическое уравнение.
78. Структура общего решения линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами без правой части в зависимости от корней характеристического уравнения.
79. Сумма ряда.
80. Условие сходимости ряда геометрической прогрессии.
81. Признак сравнения.
82. Признак Даламбера.
83. Интегральный признак.
84. Дать определение комплексного числа.
85. Арифметические операции на множестве комплексных чисел.
86. Привести формулу деления двух комплексных чисел.

3.2. «Примерный перечень тем докладов»:

Тема 1. Функция

1. Действия над множествами.
2. Функция. Способы задания. Основные характеристики (четные, нечетные, переодичические, ограниченные).
3. Основные элементарные функции: степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические, обратные тригонометрические (графики, основные формулы).
4. Обратная функция и ее график.

Тема 2. Теория пределов
1. Определение предела последовательности.
2. Бесконечно малые функции и их свойства.
3. Предел функции и его свойства.

Тема 3. Непрерывные функции
1. Непрерывность функции.
2. Свойства функций, непрерывных в точке.
3. Точки разрыва.

Тема 8. Монотонность, экстремумы функций
1. Достаточное условие экстремума.
2. Условия монотонности функции (возрастание, убывание).

Тема 9. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба
1. Условия выпуклости и вогнутости графика функции, точки перегиба.
2. Асимптоты (вертикальные и наклонные).
3. Общая схема построения графика функции.

Тема 10. Формула Тейлора
1. Формула Тейлора, формула Маклорена. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа.
2. Разложение по формуле Маклорена основных элементарных функций (e^x, sin x, cosx, $(1+x)^n$).

Тема 11. Понятие функции многих переменных
1. Понятие функции двух переменных. Область определения. Способы задания. График функции двух переменных. Линии уровня.
2. Построение графика функции при помощи сечений.
3. Линейная функция.

Тема 12. Дифференциальное исчисление функции многих переменных
1. Частное и полное приращения функции. Непрерывность функции. Частные производные.
2. Полный дифференциал функции двух переменных.
3. Производная по направлению. Градиент.

4. Частные производные высших порядков.

Тема 13. Экстремумы

1. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие экстремума.
2. Достаточное условие экстремума (без доказательства, привести пример нахождения экстремума функции двух переменных).

Тема 14. Условный экстремум

1. Условный экстремум.
2. Метод множителей Лагранжа.

Тема 19. Понятие определенного интеграла и его свойства

1. Свойства первообразной.
2. Определение неопределенного интеграла.

Тема 20. Формула Ньютона-Лейбница

1. Замена переменной.
2. Интегрирование по частям.
3. Классы функций, для которых применяется формула интегрирования по частям.

Тема 23. Дифференциальные уравнения. Основные понятия.

1. Общее решение дифференциального уравнения первого порядка.
2. Решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.

Тема 24. Однородные и линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

1. Определение однородных дифференциальных уравнений первого порядка.
2. Определение линейных дифференциальных уравнений первого порядка.
3. Метод решения линейных дифференциальных уравнений первого порядка.

Тема 28. Числовые ряды

1. Сумма ряда.
2. Условие сходимости ряда геометрической прогрессии.

Тема 29. Признаки сходимости рядов с положительными членами

3. Признак сравнения.
4. Признак Даламбера.
5. Интегральный признак.

Тема 30. Арифметические операции над комплексными числами

1. Дать определение комплексного числа.
2. Арифметические операции на множестве комплексных чисел.

Задания закрытого типа (Тестовые задания)

Номер вопроса и проверка сформированной компетенции

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
1	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	16	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
2	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	17	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
3	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	18	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
4	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	19	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
5	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	20	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
6	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	21	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
7	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	22	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
8	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	23	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
9	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	24	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10

10	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	25	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
11	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	26	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
12	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	27	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
13	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	28	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
14	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	29	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
15	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	30	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10

Ключ ответов

Тема 1. № вопроса	Верный ответ	Тема 2. № вопроса	Верный ответ	Тема 3. № вопроса	Верный ответ	Тема 4. № вопроса	Верный ответ
1	1–В; 2–А; 3–Г; 4–Б	2	4	3	5,1,3,4,2	4	1–Г; 2–В; 3–Б; 4–А

Ключ ответов

Тема 5. № вопроса	Верный ответ	Тема 6. № вопроса	Верный ответ	Тема 7. № вопроса	Верный ответ	Тема 8. № вопроса	Верный ответ
5	1	6	4	7	2	8	1

Ключ ответов

Тема 9. № вопроса	Верный ответ	Тема 10. № вопроса	Верный ответ	Тема 11. № вопроса	Верный ответ	Тема 12. № вопроса	Верный ответ
9	2	10	1	11	2,3,5,4,1	12	1

Ключ ответов

Тема 13. № вопроса	Верный ответ	Тема 14. № вопроса	Верный ответ	Тема 15. № вопроса	Верный ответ	Тема 16. № вопроса	Верный ответ

13	2	14	3	15	1–Б; 2–В; 3– Г; 4– А	16	3,4

Ключ ответов

Тема 17. № вопроса	Верный ответ	Тема 18. № вопроса	Верный ответ	Тема 19. № вопроса	Верный ответ	Тема 20. № вопроса	Верный ответ
17	4	18	1	19	3	20	1–Б; 2–В; 3– А; 4– Г

Ключ ответов

Тема 21. № вопроса	Верный ответ	Тема 22. № вопроса	Верный ответ	Тема 23. № вопроса	Верный ответ	Тема 24. № вопроса	Верный ответ
21	3	22	4	23	3	24	4

Ключ ответов

Тема 25. № вопроса	Верный ответ	Тема 26. № вопроса	Верный ответ	Тема 27. № вопроса	Верный ответ	Тема 28. № вопроса	Верный ответ
25	2,4	26	4	27	1	28	2

Ключ ответов

Тема 29. № вопроса	Верный ответ	Тема 30. № вопроса	Верный ответ
29	1	30	3

Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля по темам дисциплины:

Тема 1. Функция

Задание № 1
Установите соответствие между числовыми множествами и их определениями.

Столбец 1		Столбец 2	
1	$Z = \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \ldots \pm n; \ldots\}$	А	Множество натуральных чисел
2	$N = \{1; 2; 3; \ldots; n; \ldots\}$	Б	Множество целых неотрицательных чисел
3	$Q = \left\{\frac{m}{n}, m \in Z, n \in N\right\}$	В	Множество целых чисел
4	$Z_0 = \{0; 1; 2; 3; \ldots; n; \ldots\}$	Г	множество рациональных чисел

Тема 2. Теория пределов

Задание № 2

Предел $\lim_{x\to\infty}\frac{12x^6+7x^4-32x+36}{7x^6-32x^5+12x+36}$ равен**:**

1. ∞;
2. $-\frac{1}{32}$;
3. 1;
4. $\frac{12}{7}$.

Тема 3. Непрерывные функции

Задание № 3

Составьте верное символическое определение предела функции $y = f(x)$, при x стремящимся к x_0 *справа:*

1) существует такое $\delta > 0$;
2) сокращенно, $A = \lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)$;
3) что для любого $x > x_0$, удовлетворяющего неравенству $x - x_0 < \delta$;
4) выполнено неравенство $| f(x) - A |$;
5) для любого $\varepsilon > 0$.

Тема 4. Производная

Задание № 4

Установите соответствие между функциями и их производными:

Столбец 1		Столбец 2	
1	$f(x) = 5^{6x}$	А	$-\frac{7}{2\sqrt{x-9}}\sin(\sqrt{x-9})$
2	$f(x) = 6^{5x}$	Б	$-\frac{95}{(x-10)^2}$
3	$f(x) = \frac{9x+5}{x-10}$	В	$6^{5x}5\ln 6$
4	$f(x) = 7\cos(\sqrt{x-9})$	Г	$5^{6x}6\ln 5$

Тема 5. Производные основных элементарных функций

Задание № 5

Производная функции $f(x) = x\cos(x+3) + 7$ равна:

1. $\cos(x+3) - x\sin(x+3)$;
2. $x\sin(x+3) + 7$;
3. $\sin(x+3)$;
4. $\sin(x+3) - x\cos(x+3)$.

Тема 6. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков

Задание № 6

Производная второго порядка функции $f(x) = 5^{6x}$ равна:

1. $5^{6x}5^2 \ln 5$;
2. 5^{6x};
3. $6x5^{6x-1}$;
4. $5^{6x}6^2 \ln 5$.

Тема 7. Основные теоремы о дифференцируемых функциях

Задание № 7

Какая теорема утверждает:

Если функция f(x) непрерывна на отрезке [a, b], дифференцируема на интервале (a, b) и значения функции на концах отрезка равны f(a) = f(b), то на интервале (a, b) существует точка ε, a < ε < b, в которой производная функция f(x) равная нулю, f′(ε) = 0.

1. Лагранжа;
2. Ролля;
3. Коши;
4. Лопиталя.

Тема 8. Монотонность, экстремумы функций

Задание № 8

Достаточным условием убывания функции $y(x)$ на интервале $(a. b)$ является:

1. $y' < 0$ на $(a. b)$;
2. $y^n > 0$ на $(a. b)$;
3. $y^n < 0$ на $(a. b)$;
4. $y' \geq 0$ на $(a. b)$.

Тема 9. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба

Задание № 9

Достаточным условием выпуклости функции $y(x)$на интервале $(a. b)$ является:

1. $y' < 0$ на $(a.b)$;
2. $y^n > 0$ на $(a.b)$;
3. $y^n < 0$ на $(a.b)$;
4. $y' \leq 0$ на $(a.b)$.

Тема 10. Формула Тейлора

Задание № 10

Формулой Маклорена называется формула Тейлора при а = ….

1. 0;
2. 1;
3. -1;
4. 100.

Тема 11. Понятие функции многих переменных

Задание № 11

Установите верную последовательность определения предела функции $z = f(x; y)$ в точке M_0.

1. Выполнено неравенство $\left| f(x; y) - A \right| < \varepsilon$;
2. Если для любого числа $\varepsilon > 0$;
3. Найдется такое число $\delta > 0$;
4. И удаленных от нее меньше, чем на δ ($\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} < \delta$)
5. Что для всех точек $M(x; y) \in D$, отличных от точки M_0 .

Тема 12. Дифференциальное исчисление функции многих переменных

Задание № 12

Смешанная производная $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ для функции $f = \sin x - 6x^2 y$ равна:

1. $-12x$;
2. 0;
3. $\cos x - 12xy$;
4. $\cos x$.

Тема 13. Экстремумы

Задание № 13

Градиент функции $\mathrm{f = 4x^2yz - 9}$ равен:

1. $(8x, y, z)$;
2. $(8x, z, y)$;
3. $(8x + 9y + 9z)$;
4. $8xyz + 9$.

Тема 14. Условный экстремум

Задание № 14

Точкой локального экстремума функции $f = 2x^2 + 5y^2 - 12x + 10y + 9$ является:

1. (2,5);
2. (2,3);
3. (3,-1);
4. (2,-5).

Тема 15. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства

Задание № 15

Установите соответствие между функциями и их первообразными:

Столбец 1		Столбец 2	
1	$\int x^{\alpha} dx$	А	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
2	$\int \frac{dx}{x}$	Б	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$
3	$\int e^x dx$	В	$\ln\lvert x\rvert + C$
4	$\int a^x dx$	Г	$e^x + C$

Тема 16. Основные методы интегрирования

Задание № 16

Интеграл $\int x dx$ вычисляется методом…

Ответ:
1. интегрирования по частям;
2. замены переменной;
3. непосредственного интегрирования;
4. применения табличных интегралов.

Тема 17. Интегрирование рациональных функций

Задание № 17

Вычислить интеграл $\int \frac{7x - 2}{3x^2 - 5x + 4} dx$.

1. $\ln\left|36x^2-60x+48\right|+\frac{\sqrt{23}}{3}arctg\,\frac{6x-5}{\sqrt{23}}+C;$
2. $\frac{7}{6}\ln\left|36x^2-60x+48\right|+C;$
3. $+\frac{\sqrt{23}}{3}arctg\,\frac{6x-5}{\sqrt{23}}+C;$
4. $\frac{7}{6}\ln\left|36x^2-60x+48\right|+\frac{\sqrt{23}}{3}arctg\,\frac{6x-5}{\sqrt{23}}+C;$

Тема 18. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций

Задание № 18

Вычислить интеграл $\int \sin 7x \sin 2x dx$:

1. $\frac{1}{10}\sin 5x-\frac{1}{18}\sin 9x+C$;
2. $\frac{1}{5}\sin 5x-\frac{1}{18}\sin 9x+C$;
3. $\frac{1}{10}\sin 5x-\frac{1}{9}\sin 9x+C$;
4. $\sin 5x-\sin 9x+C$.

Тема 19. Понятие определенного интеграла и его свойства

Задание № 19

Определенный интеграл находится с помощью формулы:

1. Крамера;
2. Лапласа;
3. Ньютона-Лейбница;
4. Бернулли.

Тема 20. Формула Ньютона-Лейбница

Задание № 20

Установите соответствие между определенными интегралами и их значениями

Столбец 1	Столбец 2

1	$\int_{-4}^{4}(6x+e^{x})dx$	А	21
2	$\int_{-5}^{5}2xe^{2}dx$	Б	$e^{4}-e^{-4}$
3	$\int_{0}^{1}\frac{21}{2\sqrt{x}}dx$	В	0
4	$\int_{0}^{2}\frac{3dx}{x}$	Г	∞

Тема 21. Приложения определенного интеграла

Задание № 21

Среди предложенных вариантов ответа выберите значение площади фигуры, ограниченной линиями $x=-\frac{\pi}{3}, x=\frac{\pi}{3}, y=\sin x$:

1. 0;
2. $\frac{\pi}{2}$;
3. 1;
4. π.

Тема 22. Несобственные интегралы

Задание № 22

Определенный интеграл $\int_{0}^{1}\frac{5dx}{x}$ равен:

1. 1;
2. 5;
3. 0;
4. ∞.

Тема 23. Дифференциальные уравнения. Основные понятия

Задание № 23

Из указанных дифференциальных уравнений выберете уравнение с разделяющимися переменными:

1. $y'+2y\sin x=\sqrt{x}$;
2. $y''=3xy'$;
3. $y^{2}y'=\sqrt{x}\ln y$;
4. $y'+\cos x=y^{3}$.

Тема 24. Однородные и линейные дифференциальные уравнения первого порядка

Задание № 24

Найти частное решение дифференциального уравнения $y' = x^2$, удовлетворяющее начальному условию $y(3) = 3$:

1. $y = \frac{x^3}{3}$;
2. $y = x^3 + 3$;
3. $y = \frac{x^3}{3} - 3$;
4. $y = \frac{x^3}{3} - 6$.

Тема 25. Дифференциальные уравнения второго порядка

Задание № 25

Из указанных дифференциальных уравнений выберете уравнение второго порядка:

1. $y' + 2y \sin x = \sqrt{x}$;
2. $y'' = 3xy'$;
3. $y^2 y' = \sqrt{x} \ln y$;
4. $y'' + \cos x = y^3$.

Тема 26. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка

Задание № 26

Из указанных дифференциальных уравнений выберете линейное уравнение первого порядка:

1. $y'' + \cos x = y^3$;
2. $y'' = 3xy'$;
3. $y^2 y' = \sqrt{x} \ln y$;
4. $y' + 2y \sin x = \sqrt{x}$.

Тема 27. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

Задание № 27

Общим решением дифференциального уравнения$y'' - 17y' + 60y = 0$ является:

1. $C_1 e^{5x} + C_2 e^{12x}$;

2. $C_1 e^{-5x} + C_2 \sin(12x)$;
3. $C_1 \cos(5x) + C_2 \sin(12x)$;
4. $C_1 e^{24x} + C_2 e^{6x}$.

Тема 28. Числовые ряды

Задание № 28

Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4n^2+11}$ равен :

1. 11;
2. 1;
3. +∞;
4. 4.

Тема 29. Признаки сходимости рядов с положительными членами

Задание № 29

Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1ln!}$ равен:

1. +∞;
2. 11;
3. $\frac{1}{11}$;
4. 1.

Тема 30. Арифметические операции над комплексными числами

Задание № 30

Вычислить выражение: $\frac{(5+i)(3+5i)}{2i}$

1. 5i+10;
2. 5i;
3. 14-5i;
4. 10.

Задания открытого типа (типовые задания, ситуационные задачи)

Номер вопроса и проверка сформированной компетенции

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
1	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	21	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10

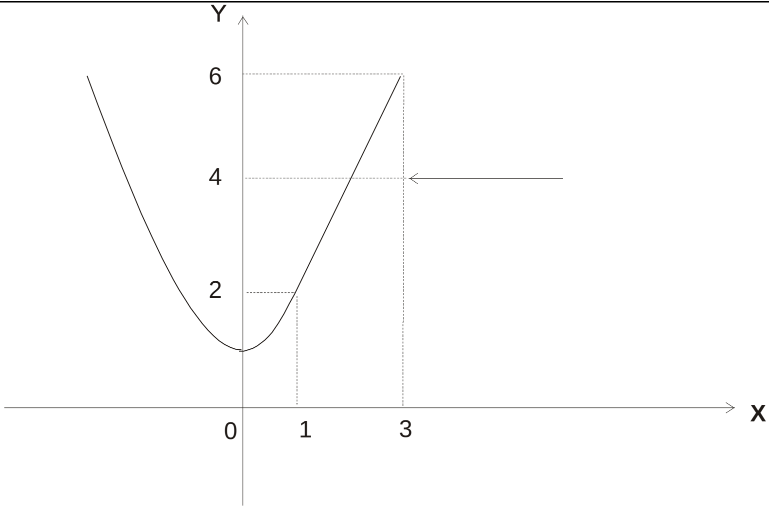
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
2	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	22	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
3	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	23	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
4	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	24	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
5	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	25	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
6	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	26	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
7	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	27	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10

8	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	28	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
9	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	29	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
10	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	30	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
11	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	31	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
12	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	32	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
13	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	33	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
14	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	34	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10

	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
15	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	35	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
16	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	36	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
17	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	37	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
18	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	38	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
19	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	39	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
20	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	40	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10

Ключ ответов к заданиям открытого типа

№ вопроса	Верный ответ
1	$\left\lvert\frac{1-4x}{3}\right\rvert \le 1 \Leftrightarrow \frac{\lvert 1-4x\rvert}{3} \le 1 \Leftrightarrow \lvert 4x-1\rvert \le 3 \Leftrightarrow -3 \le 4x-1 \le 3 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow -2 \le 4x \le 4 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \le x \le 1.$ $D(y)=\left[-\frac{1}{2};1\right].$
2	$U_{\frac{1}{3}}(2)=(1\frac{2}{3};2\frac{1}{3})$; $\dot{U}_5(13)=(8;13)\cup(13;18)$.
3	Так как *tg5x ~ 5x* и *sin7x ~ 7x* при *x→0*, то, заменив функции эквивалентными бесконечно малыми, получим: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg5x}{\sin 7x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{5x}{7x}=\frac{5}{7}$.
4	Так как 1 – cosx = $2\sin^2\frac{x}{2} \sim 2\left(\frac{x}{2}\right)^2$ при x→0, то $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^3}{1-\cos x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^3}{\frac{x^2}{2}}=\lim\limits_{x\to 0}2x=0$.
5	Найдем односторонние пределы в точке $x = 2$: При $x\to 2-0$ знаменатель дроби $\frac{1}{2-x}$ стремится к нулю, но остается при этом больше нуля. Следовательно, сама дробь $\frac{1}{2-x}$ стремится к плюс бесконечности. Тогда $\lim\limits_{x\to 2-0}5^{\frac{1}{2-x}}=+\infty$. При $x\to 2+0$ дробь $\frac{1}{2-x}\to-\infty$ и $\lim\limits_{x\to 2-0}5^{\frac{1}{2-x}}=0$. Так как один из односторонних пределов равен бесконечности, то в точке $x = 2$ функция $y=5^{\frac{1}{2-x}}$ терпит разрыв второго рода. Заметим, что в остальных точках функция непрерывна, как суперпозиция непрерывных функций.
6	Очевидно, что функция непрерывна на каждом из трех интервалов $x \le 1$, $1 \le x < 3$ и $x \ge 3$. Точки $x = 1$ и $x = 3$ являются подозрительными на наличие разрыва. Найдем односторонние пределы $\lim\limits_{x\to 1-0}y(x)=\lim\limits_{x\to 1-0}\left(x^2+1\right)=1+1=2$, $\lim\limits_{x\to 1+0}y(x)=\lim\limits_{x\to 1+0}2x=2$. Значение функции в точке $x = 1$ равно: $y(1)=1^2+1=2$. Предел слева равен пределу справа, и равен значению функции в точке $x = 1$, следовательно, в точке $x = 1$ функция непрерывна. Исследуем поведение функции в точке $x = 3$: $\lim\limits_{x\to 3-0}y(x)=\lim\limits_{x\to 3-0}2x=6$, $\lim\limits_{x\to 3+0}y(x)=\lim\limits_{x\to 3+0}4=4$. Предел слева не равен пределу справа, следовательно, в точке $x = 3$ функция терпит разрыв первого рода типа «скачок». График функции изображен на рис. 1:

	 Рис. 1.
7	Согласно механическому смыслу производной $V(t_0) = S'(t_0)$. Имеем $S'(t) = 3t^2 - 4t - 1$ Если $t = t_0 = 2$, то$S'(2) = 3, \Rightarrow\ V(2) = 3(\text{м/с})$ $a(t_0) = V'(t_0)$ $V'(t) = (S'(t))' = (3t^2 - 4t - 1)' = 6t - 4$ $V'(2) = 6 \cdot 2 - 4 = 8, \Rightarrow\ a(2) = 8(\text{м/с}^2)$.
8	$y'(x) = 0{,}3x^2 - 2{,}4x + 5$ (ед./мес.) предельные издержки $y'(10) = 11$ Средние издержки производства равны $y_{\text{ср}} = \dfrac{0{,}1x^3 - 1{,}2x^2 + 5x + 250}{x} = 0{,}1x^2 - 1{,}2x + 5 + \dfrac{250}{x}$ $y_{\text{ср}}(10) = 28.$ *Вывод:* При данном уровне производства (количестве выпускаемой продукции) средние затраты на производство одной единицы продукции составляют 28 ден. ед., а увеличение объема на одну единицу продукции обойдется фирме приближенно в 11 ден. ед.
9	Применим формулу $\left(\mathrm{U}^{\mathrm{n}}\right)' = \mathrm{n} \cdot \mathrm{U}^{\mathrm{n}-1} \cdot \mathrm{U}'$, здесь n=3, $\mathrm{U} = \dfrac{1}{4}\mathrm{x}^4 - \dfrac{2}{\sqrt[3]{\mathrm{x}^2}} + 2$. Тогда $\mathrm{y}' = 3\left(\dfrac{1}{4}\mathrm{x}^4 - \dfrac{2}{\sqrt[3]{\mathrm{x}^2}} + 2\right)^{3-1} \cdot \left(\dfrac{1}{4}\mathrm{x}^4 - \dfrac{2}{\sqrt[3]{\mathrm{x}^2}} + 2\right)'$. Найдем U$^{/}$. $\mathrm{U}' = \left(\dfrac{1}{4}\mathrm{x}^4 - \dfrac{2}{\sqrt[3]{\mathrm{x}^2}} + 2\right)' = \left(\dfrac{1}{4}\mathrm{x}^4\right)' - \left(2 \cdot \mathrm{x}^{-\frac{2}{3}}\right)' + (2)' = \left(\dfrac{1}{4}\mathrm{x}^4\right)' - \left(2\mathrm{x}^{-\frac{2}{3}}\right)' =$ $= \dfrac{1}{4}\left(\mathrm{x}^4\right)' - 2\left(\mathrm{x}^{-\frac{2}{3}}\right)' = \dfrac{1}{4} \cdot 4 \cdot \mathrm{x}^{4-1} - 2 \cdot \left(-\dfrac{2}{3}\right) \cdot \mathrm{x}^{-\frac{2}{3}-1} = \mathrm{x}^3 + \dfrac{4}{3}\mathrm{x}^{-\frac{5}{3}} = \mathrm{x}^3 + \dfrac{4}{3 \cdot \sqrt[3]{\mathrm{x}^5}}$. Следовательно, $\mathrm{y}' = 3\left(\dfrac{1}{4}\mathrm{x}^4 - \dfrac{2}{\sqrt[3]{\mathrm{x}^2}} + 2\right)^2 \cdot \left(\mathrm{x}^3 + \dfrac{4}{3 \cdot \sqrt[3]{\mathrm{x}^5}}\right)$.

<table>
<tr><td>10</td><td>

$$y'=\left(6^{\mathrm{tg}\,x}-x^2\cos 2x\right)'=\left(6^{\mathrm{tg}\,x}\right)'-\left(x^2\cos 2x\right).$$

Найдем: $\left(6^{\mathrm{tg}\,x}\right)'$ по формуле $(a^u)'=a^u\cdot\ln a\cdot U'$.

Будем иметь $\left(6^{\mathrm{tg}\,x}\right)'=6^{\mathrm{tg}\,x}\cdot\ln 6(\mathrm{tg}\,x)'=6^{\mathrm{tg}\,x}\cdot\ln 6\cdot\dfrac{1}{\cos^2 x}$.

Производную $(x^2\cos 2x)'$ найдем по формуле $(U\cdot\upsilon)'=U'\upsilon+U\upsilon'$ и $(\cos U)'=-\sin U\cdot U'$. Тогда

$$\left(x^2\cos 2x)'\right)'=(x^2)'\cdot\cos 2x+x^2\cdot(\cos 2x)'=2x\cos 2x+x^2(-\sin 2x)(2x)'=$$
$$=2x\cos 2x-2x^2\sin 2x=2x(\cos 2x-x\sin 2x).$$

Следовательно, $y'=6^{\mathrm{tg}\,x}\cdot\ln 6\cdot\dfrac{1}{\cos^2 x}-2x(\cos 2x-x\sin 2x)$.

</td></tr>
<tr><td>11</td><td>

Так как дифференциал определяется выражением $dy=y'dx$, то найдем сначала производную y':

$y'=\left(\mathrm{arctg}\dfrac{1}{x-2}+\arccos\sqrt{x+2}\right)'=\left(\mathrm{arctg}\dfrac{1}{x-2}\right)'+\left(\arccos\sqrt{x+2}\right)'$. Для нахождения производной $\mathrm{arctg}\dfrac{1}{x-2}$ применим формулу $\left(\mathrm{arctg}U\right)'=\dfrac{U'}{1+U^2}$. Здесь $U=\dfrac{1}{(x-2)}$.

Тогда

$$\left(\mathrm{arctg}\frac{1}{x-2}\right)'=\frac{\left(\frac{1}{x-2}\right)'}{1+\left(\frac{1}{x-2}\right)^2}=\frac{\left((x-2)^{-1}\right)'}{1+\left(\frac{1}{x-2}\right)^2}=\frac{(-1)(x-2)^{-1-1}}{1+\left(\frac{1}{x-2}\right)^2}=$$
$$=\frac{-\frac{1}{(x-2)^2}}{1+\left(\frac{1}{x-2}\right)^2}=\frac{-\frac{1}{(x-2)^2}}{\frac{(x-2)^2+1}{(x-2)^2}}=-\frac{1}{(x-2)^2+1}=-\frac{1}{x^2-4x+5}.$$

Для нахождения производной $\left(\arccos\sqrt{x+2}\right)'$ применим формулу $\left(\arccos\ U\right)'=-\dfrac{U'}{\sqrt{1-U^2}}$.

Тогда $\left(\arccos\ \sqrt{x+2}\right)'=\dfrac{-(\sqrt{x+2})'}{\sqrt{1-(\sqrt{x+2})^2}}=\dfrac{-\left((x+2)^{\frac{1}{2}}\right)'}{\sqrt{1-x-2}}=$

$$=-\frac{{}^{1}\!/_{2}(x+2)^{{}^{1}\!/_{2}-1}}{\sqrt{-x-1}}=-\frac{{}^{1}\!/_{2}(x+2)^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{-x-1}}=-\frac{1}{2\sqrt{(-x-1)(x+2)}}.$$

Следовательно, $y'=-\dfrac{1}{x^2-4x+5}-\dfrac{1}{2\sqrt{(-x-1)(x+2)}}$.

Отсюда дифференциал равен $dy=y'dx=\left(-\dfrac{1}{x^2-4x+5}-\dfrac{1}{2\sqrt{(-x-1)(x+2)}}\right)dx$.

</td></tr>
<tr><td>12</td><td>

Рассмотрим функцию $y=\sqrt[4]{x}$.

Пусть $x_0=16,\quad x_1=16{,}6$. Тогда $\Delta x=x_1-x_0=16{,}6-16=0{,}6.$

</td></tr>
</table>

	$y_0 = f(x_0) = \sqrt[4]{16} = 2.$ $\quad f'(x_0) = \frac{1}{4}\cdot x^{-\frac{3}{4}}\Big\vert_{x=16} = \frac{1}{4\cdot\left(\sqrt[4]{16}\right)^3} = \frac{1}{4\cdot 8} = \frac{1}{32}.$ Для нахождения $y_1 = \sqrt[4]{x_1} = \sqrt[4]{16{,}6}$ воспользуемся формулой (4). Получим $\sqrt[4]{16{,}6} \approx y_0 + f'(x_0)\cdot\Delta x = 2 + \frac{1}{32}\cdot 0{,}6 \approx 2 + 0{,}019 = 2{,}019.$
13	Рассмотрим вспомогательную функцию $F(x) = f(x) - f(a) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}(g(x)-g(a)),$ которая на интервале [a, b] удовлетворяет условиям теоремы Ролля. Легко видеть, что при x = a и x = b F(a) = F(b) = 0. Тогда по теореме Ролля существует такая точка ε, a < ε < b, такая, что F′(ε) = 0. Т.к. $F'(x) = f'(x) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}g'(x)$, то $F'(\varepsilon) = 0 = f'(\varepsilon) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}g'(\varepsilon)$ А т.к. $g'(\varepsilon) \neq 0$, то $\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(x)}{g'(x)}$. Теорема доказана.
14	Производная рассматриваемой функции существует при любом x и равна $y' = x^2 - 4x + 3$. Приравняв производную нулю и решив полученное квадратное уравнение, найдем две критические точки: $x_1 = 1$ и $x_2 = 3$. Ось x разбивается этими точками на три интервала: $(-\infty, 1)$, $(1, 3)$ и $(3, +\infty)$, причем на каждом из них y' сохраняет знак. Определим эти знаки, например, вычислив y' в произвольных точках указанных интервалов, получим: $y' > 0$ на $(-\infty, 1)$ и $(3, +\infty)$, и $y' < 0$ на $(1, 3)$. Отсюда заключаем, что функция $y(x)$ возрастает на интервалах $(-\infty, 1)$ и $(3, +\infty)$, убывает на интервале $(1, 3)$, в точке $x = 1$.
15	Производная рассматриваемой функции существует при любом x и равна $y' = x^2 - 4x + 3$. Приравняв производную нулю и решив полученное квадратное уравнение, найдем две критические точки: $x_1 = 1$ и $x_2 = 3$. Ось x разбивается этими точками на три интервала: $(-\infty, 1)$, $(1, 3)$ и $(3, +\infty)$, причем на каждом из них y' сохраняет знак. Определим эти знаки, например, вычислив y' в произвольных точках указанных интервалов, получим: $y' > 0$ на $(-\infty, 1)$ и $(3, +\infty)$, и $y' < 0$ на $(1, 3)$. Отсюда заключаем, что функция $y(x)$ в точке $x = 1$ достигает максимального значения $y_{\max} = \frac{7}{3}$, а в точке $x = 3$ - минимального значения $y_{\min} = 1$.
16	1. Область определения $D(y) = (-\infty;\ 2) \cup (2;\ +\infty)$. 2. Пусть $x = 0$, тогда y = 1,5. Пусть $y = 0$, тогда $x = \pm\sqrt{3}$. То есть точки (0; 3/2) и ($\pm\sqrt{3}$; 0) – являются точками пересечения графика функции с осями координат. Если $x \in \left(-\infty; -\sqrt{3}\right) \cup \left(\sqrt{3};\ 2\right)$, то $y(x) < 0$. Если

$x \in \left(-\sqrt{3};\ \sqrt{3}\right) \cup \left(2; +\infty\right)$, то $y(x) > 0$.

3. Функция общего вида, т. е. не является ни четной, ни нечетной. Действительно, $y(-x) = \dfrac{(-x)^2 - 3}{-x-2} = -\dfrac{x^2-3}{x+2}$. То есть $y(-x) \neq y(x)$ и $y(-x) \neq -y(x)$.

4. Функция не является периодической, так как она имеет только одну точку разрыва.

5. Функция непрерывна в области определения, так как является дробно-рациональной. Для исследования типа разрыва в точке $x = 2$ найдем односторонние пределы

$$\lim_{x \to 2-0} \frac{x^2-3}{x-2} = \left(\frac{+1}{-0}\right) = (-\infty), \quad \lim_{x \to 2+0} \frac{x^2-3}{x-2} = \left(\frac{+1}{+0}\right) = (+\infty).$$

Следовательно, точка $x = 2$ является точкой разрыва второго рода, и прямая линия $x = 2$ является вертикальной асимптотой графика функции.

Уравнения наклонных (горизонтальных) асимптот графика функции будем искать в виде: $y = kx + b$, где k и b определяются следующим образом:

$$k_{1,2} = k = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2-3}{(x-2)\cdot x} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2-3}{x^2-2x} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{x \to \infty} \frac{1 - \frac{3}{x^2}}{1 - \frac{2}{x}} = 1,$$

$$b = \lim_{x \to \infty}\left(\frac{x^2-3}{x-2} - 1\cdot x\right) = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 - 3 - x^2 + 2x}{x-2} = \lim_{x \to \infty} \frac{2x-3}{x-2} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{x \to \infty} \frac{2 - \frac{3}{x}}{1 - \frac{2}{x}} = 2.$$

Таким образом, прямая $y = x + 2$ является наклонной асимптотой.

6. Найдем первую производную функции:

$$y' = \left(\frac{x^2-3}{x-2}\right)' = \frac{2x\cdot(x-2) - (x^2-3)}{(x-2)^2} = \frac{2x^2 - 4x - x^2 + 3}{(x-2)^2} = \frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}.$$

$$y' = 0 \Rightarrow x_1 = 1, \quad x_2 = 3. \quad y(x_1) = \frac{1-3}{1-2} = 2, \quad y(x_2) = \frac{9-3}{3-2} = 6.$$

Итак, критическими точками 1-го рода являются точки $x = 1$ и $x = 3$. Точка $x=2$ критической не является, т. к. она не принадлежит области определения функции.

7. Найдем вторую производную функции:

$$y'' = \left(\frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}\right)' = \frac{(2x-4)\cdot(x-2)^2 - 2\cdot(x-2)\cdot(x^2-4x+3)}{(x-2)^4} =$$

$$= \frac{(2x-4)\cdot(x-2) - 2(x^2-4x+3)}{(x-2)^3} = \frac{2x^2 - 8x + 8 - 2x^2 + 8x - 6}{(x-2)^3} = \frac{2}{(x-2)^3} \neq 0.$$

Критических точек второго рода функция не имеет.

8. Составим таблицу исследования функции:

x	$(-\infty; 1)$	1	$(1; 2)$	2	$(2; 3)$	3	$(3; \infty$

$y'(x)$	+	0	–	Не сущ.	–	0	+	
$y''(x)$	–	–	–	Не сущ.	+	+	+	
$y(x)$		max $y = 2.$		Не сущ.		min $y = 6.$		

9. Построим график функции (рис.2):

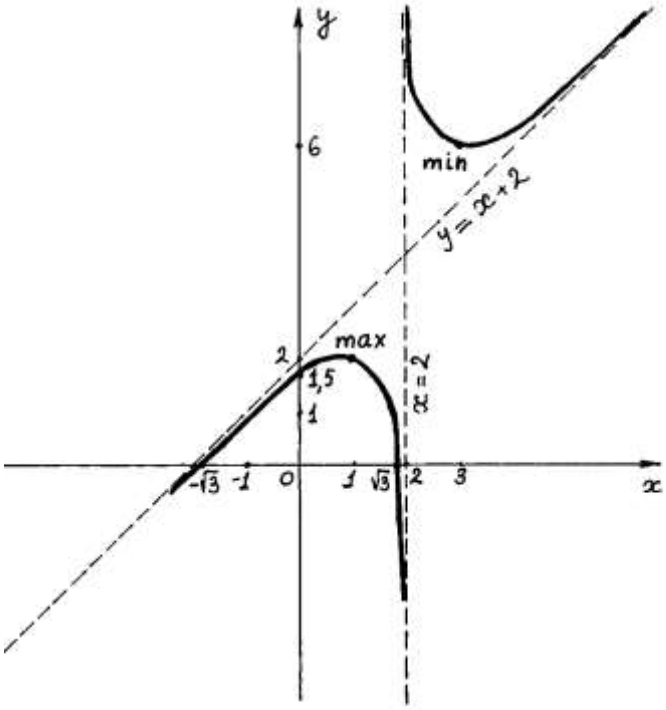


Рис. 2

17 Находим: $f(x) = e^x$, $f(0) = 1$

$f'(x) = e^x$, $f'(0) = 1$

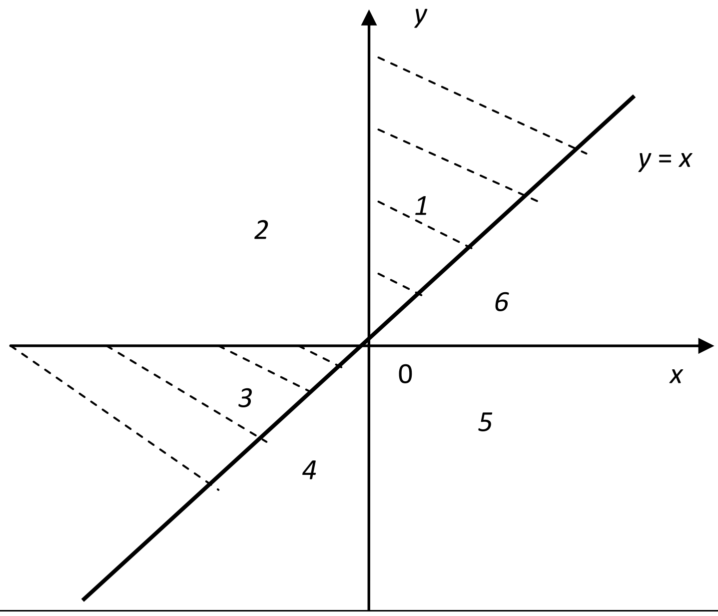
……………………

$f^{(n)}(x) = e^x$, $f^{(n)}(0) = 1$

Тогда: $e^x = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}e^{\theta x}$, $\quad 0 < \theta < 1$

18 Искомая область определения является множеством точек на плоскости xOy, удовлетворяющих системе неравенств $\begin{cases} y - x \ge 0 \\ x \cdot y > 0 \end{cases}$.

<table>
<tr><td></td><td>Неравенства $y-x\ge 0$ и $x\cdot y>0$ меняют свой знак на противоположный (соответственно) при пересечении следующих линий: $x=y$ и $x=0$, $y=0$. Эти линии разбивают плоскость xOy 6 областей. Последовательно, подставляя произвольные точки, из каждой области в систему $\begin{cases} y-x\ge 0 \\ x\cdot y>0 \end{cases}$, убеждаемся в том, что объединение областей (1) и (3) является областью определения исходной функции. Причем прямая $x=y$, за исключением точки (0; 0), входит в область определения, а прямые $x=0$, и $y=0$ – не входят (рис. 3).

Рис. 3

</td></tr>
<tr><td>19</td><td>$z'_x=5\left(x^2\right)'_x-4y\left(x\right)'_x+2\left(\sqrt{x}\right)'_x-\frac{1}{y}\left(x\right)'_x=10x-4y+\frac{2}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{y}$.
$z'_y=5\left(x^2\right)'_y-4x\left(y\right)'_y+2\left(\sqrt{x}\right)'_y-x\left(\frac{1}{y}\right)'_y=0-4x+0-x\left(-\frac{1}{y^2}\right)=\frac{x}{y^2}-4x$.</td></tr>
<tr><td>20</td><td>Рассмотрим функцию $z=\sqrt[3]{e^x+y}$. Требуется вычислить значение z_1 этой функции в точке $(x_1; y_1)=(0{,}09;\ 6{,}95)$. Воспользуемся приближенной формулой (5), выбрав в качестве точки $(x_0; y_0)$ точку (0; 7). Тогда $\Delta x=x_1-x_0=0{,}09-0=0{,}09$, $\Delta y=y_1-y_0=6{,}95-7=-0{,}05$.
$z_0=f\left(x_0;y_0\right)=\sqrt[3]{e^0+7}=\sqrt[3]{8}=2$.
$\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(x_0;y_0)}=\left.\frac{1}{3\cdot\sqrt[3]{\left(e^x+y\right)^2}}\cdot e^x\right|_{(0;7)}=\frac{1}{3\cdot 4}\cdot e^0=\frac{1}{12}$.
$\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(x_0;y_0)}=\left.\frac{1}{3\cdot\sqrt[3]{\left(e^x+y\right)^2}}\cdot 1\right|_{(0;7)}=\frac{1}{3\cdot 4}=\frac{1}{12}$.</td></tr>
</table>

	Итак, $dz=\frac{1}{12}\cdot 0{,}09+\frac{1}{12}\cdot\left(-0{,}05\right)=\frac{1}{12}\cdot 0{,}04\approx 0{,}003.$ Следовательно, $\sqrt[3]{e^{0{,}09}+6{,}95}\approx 2+0{,}003=2{,}003.$
21	Найдем частные производные первого порядка: $z'_x=8x+3y+1$, $z'_y=3x+4y+9$. Приравняем полученные частные производные к нулю. Получим систему уравнений для определения точек, подозрительных на экстремум: $\begin{cases}8x+3y=-1\\3x+4y=-9\end{cases}$. Решим данную систему, например, методом Крамера. $\Delta=\begin{vmatrix}8&3\\3&4\end{vmatrix}=32-9=23,\ \Delta_x=\begin{vmatrix}-1&3\\-9&4\end{vmatrix}=-4+27=23,\ \Delta_y=\begin{vmatrix}8&-1\\3&-9\end{vmatrix}=-72+3=-69.$ Следовательно, $x_0=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{23}{23}=1,\quad y_0=\frac{\Delta_y}{\Delta}=-\frac{69}{23}=-3.$ Таким образом, точка $M(1; -3)$ – является единственной точкой, подозрительной на экстремум. Найдем частные производные второго порядка: $z''_{xx}=\left(8x+3y+1\right)'_x=8,\quad z''_{xy}=\left(8x+3y+1\right)'_y=3,\quad z''_{yy}=\left(3x+4y+9\right)'_y=4.$ В точке M вычислим дискриминант D по формуле $D = AC - B^2$, где $A=z''_{xx}\big\|_M=8,\quad B=z''_{xy}\big\|_M=3,\quad C=z''_{yy}\big\|_M=4.$ То есть $D = 32 - 9 = 23$. Так как дискриминант больше нуля, то в точке M функция имеет экстремум. А именно, собственный минимум, поскольку A и C больше нуля. При этом $z_{\min}=z(M)=4\cdot 1+3\cdot 1\cdot(-3)+2\cdot 9+1+9\cdot(-3)+5=4-9+18+1-27+5=-8.$
22	$z'_x=2x$, $z'_y=-2y$, $z''_{xx}=2$, $z''_{yy}=-2$, $z''_{xy}=z''_{yx}=0$, $\Delta=-4<0$, и, следовательно, стационарная точка $(0, 0)$ не является точкой экстремума.
23	$u=xy+\lambda(2x+3y-5)$ $\frac{\partial u}{\partial x}=y+2\lambda;\qquad \frac{\partial u}{\partial y}=x+3\lambda;$ $\begin{cases}y+2\lambda=0\\x+3\lambda=0\\2x+3y-5=0\end{cases}$ $\lambda=-\frac{5}{12};\qquad x=\frac{5}{4};\qquad y=\frac{5}{6};$ Таким образом, функция имеет экстремум в точке $\left(\frac{5}{4};\frac{5}{6}\right)$.
24	$\int x^3dx=\frac{x^{3+1}}{3+1}+c=\frac{x^4}{4}+c.$ Проверка. $\left(\frac{x^4}{4}\right)'+(C)'=\frac{1}{4}\left(x^4\right)'+0=\frac{1}{4}\cdot 4\cdot x^3=x^3.$

25	$\int\left(x+\frac{1}{x}+2^x-3\sin x+\frac{1}{\sin^2 x}\right)dx=\int xdx+\int\frac{1}{x}dx+\int 2^x dx-$ $-3\int\sin xdx+\int\frac{1}{\sin^2 x}dx=\frac{x^2}{2}+\ln\|x\|+\frac{2^x}{\ln 2}+3\cos x-\operatorname{ctg}x+C.$
26	Сделаем замену $t = sinx$, $dt = cosxdx$. $\int\sqrt{t}dt=\int t^{1/2}dt=\frac{2}{3}t^{3/2}+C=\frac{2}{3}\sin^{3/2}x+C.$
27	$\int\frac{3x+4}{\sqrt{7-x^2+6x}}dx=\int\frac{3x+4}{\sqrt{16-(x-3)^2}}dx=\left\{\begin{matrix}u=x-3; & du=dx;\\ x=u+3; & \end{matrix}\right\}=\int\frac{3u+9+4}{\sqrt{16-u^2}}du=3\int\frac{udu}{\sqrt{16-u^2}}+$ $+13\int\frac{du}{\sqrt{16-u^2}}=-3\sqrt{16-u^2}+13\arcsin\frac{u}{4}+C=-3\sqrt{7-x^2-6x}+13\arcsin\frac{x-3}{4}+C.$
28	$\int\frac{dx}{4\sin x+3\cos x+5}=\int\frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{4\frac{2t}{1+t^2}+3\frac{1-t^2}{1+t^2}+5}=2\int\frac{dt}{8t+3-3t^2+5+5t^2}=2\int\frac{dt}{2t^2+8t+8}=$ $=\int\frac{dt}{t^2+4t+4}=\int\frac{dt}{(t+2)^2}=-\frac{1}{t+2}+C=-\frac{1}{tg\frac{x}{2}+2}+C.$
29	**<u>Теорема о среднем.</u>** Если функция f(x) непрерывна на отрезке [a, b], то на этом отрезке существует точка ε такая, что $$\int_a^b f(x)dx=(b-a)f(\varepsilon)$$ **<u>Доказательство:</u>** В соответствии со свойством 5: $$m\le\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx\le M$$ т.к. функция f(x) непрерывна на отрезке [a, b], то она принимает на этом отрезке все значения от m до M. Другими словами, существует такое число ε∈ [a, b], что если $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx=\mu$ и μ = f(ε), а a ≤ ε ≤ b, тогда $\int_a^b f(x)dx=(b-a)f(\varepsilon)$. Теорема доказана.
30	Имеем $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{dx}{\cos^2 x}=\operatorname{tg}x\Big\|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}=\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}-\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}=1-\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{3-\sqrt{3}}{3}$.
31	Выразим из уравнения переменную y. $y=\sqrt{r^2-x^2}$ Найдем производную $y'=-\frac{x}{\sqrt{r^2-x^2}}$ Тогда $\frac{1}{4}S=\int_0^r\sqrt{1+\frac{x^2}{r^2-x^2}}dx=\int_0^r\frac{r}{\sqrt{r^2-x^2}}dx=r\cdot\arcsin\frac{x}{r}\Big\|_0^r=r\frac{\pi}{2}$ Тогда S = 2πr. Получили общеизвестную формулу длины окружности.
32	Точка $x=1$ является особой точкой, поскольку подынтегральная функция имеет в ней бесконечный разрыв. Поэтому:

	$I=\lim\limits_{\varepsilon\to 0}\int\limits_0^{1-\varepsilon}\frac{dx}{1-x^2}=\lim\limits_{\varepsilon\to 0}\left(\frac{1}{2}\ln\left\|\frac{1-x}{1+x}\right\|\right)\Big\|_0^{1-\varepsilon}=\frac{1}{2}\left(\lim\limits_{\varepsilon\to 0}\ln\left\|\frac{\varepsilon}{2-\varepsilon}\right\|-\ln 1\right)=\frac{1}{2}(-\infty-0)=-\infty$ - получили бесконечный предел. Таким образом, данный интеграл расходится.
33	интегрируя, получим общее решение $y(x)=\int 2x\,dx+C=x^2+C$.
34	Перепишем его в виде $\frac{dy}{dx}=\frac{y^2-x^2}{2xy}$. Справа стоит функция однородная нулевой степени. Действительно, $f(\lambda x,\lambda y)=\frac{(\lambda y)^2-(\lambda x)^2}{2(\lambda x)(\lambda y)}=\frac{\lambda^2(y^2-x^2)}{\lambda^2\cdot 2xy}=\frac{y^2-x^2}{2xy}=f(x,y)$. Итак, преобразованное уравнение является однородным дифференциальным уравнением. Решаем его заменой y=ux. Получаем $u'x+u=\frac{(ux)^2-x^2}{2x(ux)}=\frac{u^2-1}{2u}$ или $u'x=\frac{u^2-1}{2u}-u=\frac{-1-u^2}{2u}$, т.е. $u'=-\frac{u^2+1}{2ux}$. Разделяя переменные приходим к уравнению $\frac{2udu}{u^2+1}=-\frac{dx}{x}$. Интегрируем левую и правую части этого уравнения: $\int\frac{2udu}{u^2+1}=\int d\ln(u^2+1)=\ln(u^2+1)+c_1,-\int\frac{dx}{x}=-\ln\|x\|+c_2$. Приравнивая найденные интегралы, получаем общее решение вспомогательного дифференциального уравнения относительно переменных x и u $\ln(u^2+1)=-\ln\|x\|+c$ или $\ln(u^2+1)=-\ln\|x\|+\ln c$, где c>0. Потенциируя последнее выражение, общее решение получает вид $u^2+1=\frac{c}{x}$, где c – произвольная постоянная. Заменяя u=y/x, получаем общий интеграл исходного дифференциального уравнения $\left(\frac{y}{x}\right)^2+1=\frac{c}{x}$ или $y^2+x^2=cx$, Последнее выражение приводится к виду $\left(x-\frac{c}{2}\right)^2+y^2=\left(\frac{c}{2}\right)^2$.
35	Четырежды проинтегрируем данное уравнение по переменной x: $y'''=\int\sin x dx=-\cos x+C_1$, $y''=\int(-\cos x+C_1)dx=-\sin x+C_1x+C_2$, $y'=\int(-\sin x+C_1x+C_2)dx=\cos x+\frac{C_1x^2}{2}+C_2x+C_3$, $y=\int\left(\cos x+\frac{C_1x^2}{2}+C_2x+C_3\right)dx=\sin x+C_1^1x^3+C_2^1x^2+C_3x+C_4$, где $C_1^1=\frac{C_1}{6}$, $C_2^1=\frac{C_2}{2}$.

	Таким образом, общее решение исходного уравнения четвертой степени $y(x)=\sin x+C_1^1x^3+C_2^1x^2+C_3x+C_4$ зависит от четырех произвольных констант.
36	Общее решение соответствующего однородного уравнения имеет вид $y_o=e^x(C_1+C_2x)$(см. пример 5). Так как правая часть уравнения является многочленом второй степени и ни один из корней характеристического уравнения $x^2-2x+1=0$ не равен нулю ($K_1=K_2=1$), то частное решение ищем в виде $\tilde{y}=Ax^2+Bx+C$, гдеA, B, C – неизвестные коэффициенты. Дифференцируя дважды $\tilde{y}=Ax^2+Bx+C$ и подставляя $\tilde{y}=Ax^2+Bx+C$, $\tilde{y}'=2Ax+B$, $\tilde{y}''=2A$ в данное уравнение находим $2A–4Ax–2B+Ax^2+Bx+C=x^2+1$, или $Ax^2+(B–4A)x+2A–2B+C=x^2+1$. Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях x в обеих частях равенства, имеем$A=1$, $B-4A=0$, $2A-2B+C=1$, Находим $A=1$, $B=4$, $C=7$. Итак, частное решение данного уравнения имеет вид $\tilde{y}=x^2+4x+7$, а общее решение - $y=e^x(C_1+C_2x)+x^2+4x+7$.
37	Общее решение соответствующего однородного уравнения имеет вид $y_o=C_1e^x+C_2e^{-2x}$. В правой части данного уравнения стоит произведение многочлена нулевой степени на показательную функцию $e^{\alpha x}$ при α=2. Так как среди корней характеристического уравнения нет корней, равных 2, то частное решение данного уравнения ищем в виде $\tilde{y}=A\cdot e^{2x}$. Дифференцируя и подставляя $\tilde{y}$ в уравнение получаем: $4\cdot A\cdot e^{2x}+2\cdot A\cdot e^{2x}-2Ae^{2x}=3e^{2x}$ и $4\cdot A\cdot e^{2x}=3e^{2x}$, откуда $4\cdot A=3$, $A=3/4$. Подставляя найденное значение A в выражение для $\tilde{y}$, найдем частное решение данного уравнения $\tilde{y}=\frac{3}{4}e^{2x}$ и общее решение запишется в виде $y=y_o+\tilde{y}=C_1e^x+C_2e^{-2x}+3/4\,e^{2x}$. Найдем частное решение, удовлетворяющее начальным условиям. Для этого продифференцируем y: $y'=C_1e^x-2C_2e^{-2x}+\frac{6}{4}e^{2x}$. Подставляем начальные условия в y и y', находим C_1 и C_2: $\begin{cases}1=C_1+C_2+\frac{3}{4},\\ 3=C_1-2C_2+\frac{6}{4},\end{cases}$ $-2=3C_2-\frac{3}{4}$, $3C_2=-\frac{5}{4}$, $C_2=-\frac{5}{12}$, $C_1=\frac{2}{3}$. Подставляя найденное значение C_1 и C_2 в выражение для у, найдем частное решение данного уравнения
38	$a_8=tg\frac{\pi\cdot 8}{6}=tg\frac{4\pi}{3}=\frac{1}{\sqrt{3}}$
39	Проверим сначала для данного ряда выполнения необходимого условия

	сходимости: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n-4}{n+1} = 3 \neq 0$. Предел общего члена ряда не равен нулю, следовательно, данный ряд является расходящимся.
40	**Решение.** $z_1 - z_2 = (-\sqrt{2} - i) - (1 - 2i) = (-\sqrt{2} - 1) + i(-1 - (-2)) =$ $= (-\sqrt{2} - 1) + i.$ **Ответ:** $z_1 - z_2 = (-\sqrt{2} - 1) + i$.

Тема 1. Функция

Задание № 1

Найти области определения функции: $y = \arcsin \frac{1-4x}{3}$.

Задание № 2

Записать окрестности $U_{\frac{1}{3}}(2);\ \dot{U}_5(13)$ промежутками.

Тема 2. Теория пределов

Задание № 3

Найти предел $\lim\limits_{x\to 0} \frac{tg\,5x}{\sin 7x}$.

Задание № 4

Найти предел $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^3}{1-\cos x}$.

Тема 3. Непрерывные функции

Задание №5

Установить характер разрыва функции $y = 5^{\frac{1}{2-x}}$ в точке $x = 2$.

Задание №6

Исследовать функцию на непрерывность.

$$y = \begin{cases} x^2 + 1, & x \le 1, \\ 2x, & 1 < x \le 3, \\ 4, & x > 3. \end{cases}$$

Тема 4. Производная

Задание № 7

Тело движется прямолинейно по закону $S(t) = t^3 - 2t^2 - t$. Определить скорость и ускорение тела при $t_0 = 2$.

Задание № 8

Функция издержек производства некоторой фирмы имеет вид: $y(x) = 0{,}1x^3 - 1{,}2x^2 + 5x + 250$ (ден. ед.). Найти предельные и средние издержки производства и вычислить их значение при $x = 10$.

Тема 5. Производные основных элементарных функций

Задание № 9

Найти производные заданных функций:

1) $y = \left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + 2\right)^3$.

Задание № 10

Найти производные заданных функций:

1) $y = 6^{\operatorname{tg} x} - x^2 \cos 2x$.

Тема 6. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков

Задание № 11

Найти дифференциал dy функции: $y = \operatorname{arctg}\frac{1}{x-2} + \arccos\sqrt{x+2}$.

Задание № 12

Вычислить $\sqrt[4]{16{,}6}$ приближенно с помощью дифференциала.

Тема 7. Основные теоремы о дифференцируемых функциях

Задание № 13

Доказать теорему Коши. Теорема Коши. Если функции f(x) и g(x) непрерывны на отрезке [a, b] и дифференцируемы на интервале (a, b) и $g'(x) \neq 0$ на интервале (a, b), то существует по крайней мере одна точка ε, a < ε < b, такая, что

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(\varepsilon)}{g'(\varepsilon)}.$$

Тема 8. Монотонность, экстремумы функций

Задание № 14

Найдем интервалы возрастания и убывания функции

$$y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1.$$

Задание № 15

Найти экстремумы функции

$$y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1.$$

Тема 9. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба

Задание № 16

Провести полное исследование и построить график функции $y=\dfrac{x^2-3}{x-2}$.

Тема 10. Формула Тейлора

Задание № 17

Найти разложение функции $f(x) = e^x$

Тема 11. Понятие функции многих переменных

Задание № 18

Найти область определения функции $z=\sqrt{y-x}+\ln(xy)$.

Тема 12. Дифференциальное исчисление функции многих переменных

Задание № 19

Найти частные производные функции

$$z=5x^2-4xy+2\sqrt{x}-\frac{x}{y}.$$

Задание № 20

Вычислить $\sqrt[3]{e^{0,09}+6,95}$ приближенно, с помощью дифференциала.

Тема 13. Экстремумы

Задание № 21

Найти экстремумы функции $z = 4x^2 + 3xy + 2y^2 + x + 9y + 5$.

Задание № 22

Найти экстремумы функции $z = x^2 - y^2$.

Тема 14. Условный экстремум

Задание № 23

Найти экстремум функции f(x, y) = xy, если уравнение связи:

$$2x + 3y - 5 = 0$$

Тема 15. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства

Задание № 24

Вычислить интеграл: $\int x^3 dx$.

Задание № 25

Вычислить интеграл: $\int \left(x + \frac{1}{x} + 2^x - 3\sin x + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx$.

Тема 16. Основные методы интегрирования

Задание № 26

Найти неопределенный интеграл $\int \sqrt{\sin x} \cos x dx$.

Тема 17. Интегрирование рациональных функций

Задание № 27

Вычислить интеграл $\frac{3x + 4}{\sqrt{7 - x^2 + 6x}} dx$.

Тема 18. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций

Задание № 28

Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{4\sin x + 3\cos x + 5}$:

Тема 19. Понятие определенного интеграла и его свойства

Задание № 29

Сформулируйте и докажите теорему о среднем.

Тема 20. Формула Ньютона-Лейбница

Задание № 30

Вычислить $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$ по формуле Ньютона – Лейбница.

Тема 21. Приложения определенного интеграла

Задание № 31

Найти длину окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 = r^2$.

Тема 22. Несобственные интегралы

Задание № 32

Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int\limits_0^1 \frac{dx}{1-x^2}.$$

Тема 23. Дифференциальные уравнения. Основные понятия

Задание № 33

Решить уравнение $y' = 2x$

Тема 24. Однородные и линейные дифференциальные уравнения первого порядка

Задание № 34

Решить уравнение $(x^2-y^2)dx+2xydy=0$.

Тема 25. Дифференциальные уравнения второго порядка

Задание № 35

Найти общее решение дифференциального уравнения $y^{(4)} = \sin x$.

1. $y'+2y\sin x = \sqrt{x}$;

2. $y''=3xy'$;
3. $y^2y'=\sqrt{x}\ln y$;
4. $y''+\cos x=y^3$.

Тема 26. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка

Задание № 36

Найти общее решение уравнения $y''-2y'+y=x^2+1$.

Тема 27. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

Задание № 37

Найти общее решение уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям

$$y''+y'-2y=3e^{2x},\quad x_0=0,\quad y_0=1,\ y_0'=3.$$

Тема 28. Числовые ряды

Задание № 38

Найти 8-й член числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} tg\,\frac{\pi n}{6}$.

Тема 29. Признаки сходимости рядов с положительными членами

Задание № 39

Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n-4}{n+1}$.

Тема 30. Арифметические операции над комплексными числами

Задание № 40

Найти разность двух комплексных чисел $z_1=-\sqrt{2}-i$ и $z_2=1-2i$.

2 ЭТАП – Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины

3.3. «Вопросы для проведения зачета с оценкой»:

1. Функция. Способы задания.
2. Основные характеристики (четные, нечетные, переодичические, ограниченные).

3. Основные элементарные функции: степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические, обратные тригонометрические (графики, основные формулы).
4. Обратная функция и ее график.
5. Определение предела последовательности.
6. Бесконечно малые функции и их свойства.
7. Предел функции и его свойства.
8. Непрерывность функции. Свойства функций, непрерывных в точке.
9. Односторонние пределы.
10. Понятие бесконечно малой функции на бесконечности.
11. Первый и второй замечательные пределы.
12. Задачи приводящие к понятию производной (вычисление скорости, проведение касательной).
13. Определение производной. Её механический и геометрический смысл.
14. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.
15. Основные правила дифференцирования (производные постоянной, суммы, произведения, частного).
16. Производная сложной функции.
17. Производная обратной функции.
18. Производные тригонометрических функций (sin x, cos x, tg x ,ctg x).
19. Производная логарифмической функции.
20. Производные обратных тригонометрических функций (arcsin x, arccos x, arctg x, arcctg x).
21. Логарифмическое дифференцирование.
22. Производные степенной и показательной функций.
23. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Приложение к вычислению значений функции.
24. Производные высших порядков.
25. Дифференциалы высших порядков.
26. Теорема Ролля.
27. Теорема Лагранжа.
28. Теорема Коши.
29. Правила Лопиталя.
30. Теорема Ферма (необходимое условие экстремума).
31. Достаточное условие экстремума.
32. Условия монотонности функции (возрастание, убывание).
33. Условия выпуклости и вогнутости графика функции, точки перегиба.
34. Асимптоты (вертикальные и наклонные).
35. Общая схема построения графика функции.
36. Формула Тейлора, формула Маклорена.
37. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа.
38. Разложение по формуле Маклорена основных элементарных функций (e^x, sin x, cosx, $(1+x)^n$).

3.4. «Вопросы для проведения экзамена»:

1. Понятие функции двух переменных. Область определения. Способы задания.
2. График функции двух переменных. Линии уровня.
3. Построение графика функции при помощи сечений.
4. Линейная функция.
5. Частное и полное приращения функции. Непрерывность функции. Частные производные.
6. Полный дифференциал функции двух переменных.
7. Производная по направлению. Градиент.
8. Частные производные высших порядков.
9. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие экстремума.
10. Достаточное условие экстремума (без доказательства, привести пример нахождения экстремума функции двух переменных).
11. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
12. Первообразная, свойства первообразной. Определение неопределенного интеграла, его свойства
13. Табличные интегралы.
14. Неопределенный интеграл и его свойства.
15. Основные методы интегрирования. Замена переменной
16. Основные методы интегрирования. Интегрирование по частям.
17. Основные методы интегрирования. Разложение рациональных дробей на простейшие, алгоритм интегрирования простейших дробей. Неправильные дроби. Простейшие дроби.
18. Интегрирование тригонометрических функция.
19. Понятие определенного интеграла и его свойства
20. Задача, приводящая к понятию определенного интеграла, интегральная сумма, определенный интеграл и его свойства.
21. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница
22. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
23. Приложения определенного интеграла. Вычисление площадей.
24. Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций.
25. Дифференциальное уравнение, порядок, дифференциальные уравнения первого порядка, общее решение, частное решение, задача Коши
26. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
27. Решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка, примеры.
28. Определение однородных дифференциальных уравнений первого порядка. Решение однородных дифференциальных уравнений первого порядка.

29. Дифференциальные уравнения второго порядка.
30. Определение дифференциальных уравнений второго порядка. Общее и частное решения дифференциальных уравнений второго порядка, задача Коши.
31. Определение линейных дифференциальных уравнений второго порядка с правой частью и без правой части, свойства решений, структура общего решения. Характеристическое уравнение.
32. Числовой ряд, общий член ряда, сумма ряда, сходящиеся и расходящиеся ряды, геометрическая прогрессия, Условие сходимости геометрической прогрессии, необходимое условие сходимости ряда.
33. Признак сравнения, предельный признак сравнения.
34. Признак Даламбера.
35. Интегральный признак.
36. Определение комплексного числа. Основные понятия.
37. Арифметические операции на множестве комплексных чисел. Формула Муавра.
38. Формы записи комплексных чисел.

Задания закрытого типа (Тестовые задания)

Общие критерии оценивания

№ п/п	Процент правильных ответов	Оценка
1	86 % – 100 %	5 («отлично»)
2	70 % – 85 %	4 («хорошо)
3	51 % – 69 %	3 (удовлетворительно)
4	50 % и менее	2 (неудовлетворительно)

Номер вопроса и проверка сформированной компетенции

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
1	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	11	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
2	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	12	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
3	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	13	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
4	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	14	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10

5	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	15	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
6	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	16	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
7	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	17	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
8	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	18	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
9	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	19	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
10	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	20	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10

Ключ ответов

№ вопроса	Верный ответ	№ вопроса	Верный ответ
1	1–В; 2–А; 3–Г; 4–Б	11	3
2	5,1,3,4,2	12	3
3	1	13	2,4
4	2	14	1
5	2	15	1
6	2,3,5,4,1	16	4
7	2	17	1–Г; 2–В; 3–Б; 4–А
8	1–Б; 2–В; 3– Г; 4– А	18	4
9	4	19	1
10	3	20	1

Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля по темам дисциплины:

Задание № 1

Установите соответствие между числовыми множествами и их определениями.

Столбец 1		Столбец 2	
1	$Z = \{0; \pm1; \pm2; \pm3; \dots \pm n; \dots\}$	А	Множество натуральных чисел
2	$N = \{1; 2; 3; \dots; n; \dots\}$	Б	Множество целых неотрицательных

			чисел
3	$Q = \left\{\frac{m}{n}, m \in Z, n \in N\right\}$	В	Множество целых чисел
4	$Z_0 = \{0; 1; 2; 3; \dots; n; \dots\}$	Г	множество рациональных чисел

Задание №2

Составьте верное символическое определение предела функции $y = f(x)$, при x стремящимся к x_0 *справа:*

1) существует такое $\delta > 0$;
2) сокращенно, $A = \lim\limits_{x \to x_0 + 0} f(x)$;
3) что для любого $x > x_0$, удовлетворяющего неравенству $x - x_0 < \delta$;
4) выполнено неравенство $| f(x) - A |$;
5) для любого $\varepsilon > 0$.

Задание № 3

Производная функции $f(x) = x\cos(x+3) + 7$ равна:

1. $\cos(x+3) - x\sin(x+3)$;
2. $x\sin(x+3) + 7$;
3. $\sin(x+3)$;
4. $\sin(x+3) - x\cos(x+3)$.

Задание № 4

Какая теорема утверждает:

Если функция f(x) непрерывна на отрезке [a, b], дифференцируема на интервале (a, b) и значения функции на концах отрезка равны f(a) = f(b), то на интервале (a, b) существует точка ε, a < ε < b, в которой производная функция f(x) равная нулю, f′(ε) = 0.

1. Лагранжа;
2. Ролля;
3. Коши;
4. Лопиталя.

Задание № 5

Достаточным условием выпуклости функции $y(x)$на интервале $(a.b)$ является:

1. $y' < 0$ на $(a.b)$;
2. $y^n > 0$ на $(a.b)$;
3. $y^n < 0$ на $(a.b)$;

4. $y' \leq 0$ на $(a.b)$.

Задание № 6

Установите верную последовательность определения предела функции $z = f(x; y)$ в точке M_0.

1. Выполнено неравенство $|f(x;y) - A| < \varepsilon$;
2. Если для любого числа $\varepsilon > 0$;
3. Найдется такое число $\delta > 0$;
4. И удаленных от нее меньше, чем на δ ($\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} < \delta$)
5. Что для всех точек $M(x;y) \in D$, отличных от точки M_0 .

Задание № 7

Градиент функции $f = 4x^2yz - 9$ равен:

1. $(8x, y, z)$;
2. $(8x, z, y)$;
3. $(8x + 9y + 9z)$;
4. $8xyz + 9$.

Задание № 8

Установите соответствие между функциями и их первообразными:

Столбец 1		Столбец 2	
1	$\int x^{\alpha} dx$	А	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
2	$\int \frac{dx}{x}$	Б	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$
3	$\int e^x dx$	В	$\ln\lvert x\rvert + C$
4	$\int a^x dx$	Г	$e^x + C$

Задание № 9

Вычислить интеграл $\int \frac{7x-2}{3x^2-5x+4} dx$.

5. $\ln\left|36x^2 - 60x + 48\right| + \frac{\sqrt{23}}{3} arctg \frac{6x-5}{\sqrt{23}} + C$;
6. $\frac{7}{6}\ln\left|36x^2 - 60x + 48\right| + C$;

7. $+\frac{\sqrt{23}}{3} arctg \frac{6x-5}{\sqrt{23}} + C$;

8. $\frac{7}{6}\ln\left|36x^2 - 60x + 48\right| + \frac{\sqrt{23}}{3} arctg \frac{6x-5}{\sqrt{23}} + C$;

Задание № 10

Определенный интеграл находится с помощью формулы:

1. Крамера;
2. Лапласа;
3. Ньютона-Лейбница;
4. Бернулли.

Задание № 11

Среди предложенных вариантов ответа выберите значение площади фигуры, ограниченной линиями $x = -\frac{\pi}{3}, x = \frac{\pi}{3}, y = \sin x$:

1. 0;
2. $\frac{\pi}{2}$;
3. 1;
4. π.

Задание № 12

Из указанных дифференциальных уравнений выберете уравнение с разделяющимися переменными:

1. $y' + 2y\sin x = \sqrt{x}$;
2. $y'' = 3xy'$;
3. $y^2 y' = \sqrt{x}\ln y$;
4. $y' + \cos x = y^3$.

Задание № 13

Из указанных дифференциальных уравнений выберете уравнение второго порядка:

1. $y' + 2y\sin x = \sqrt{x}$;
2. $y'' = 3xy'$;
3. $y^2 y' = \sqrt{x}\ln y$;
4. $y'' + \cos x = y^3$.

Задание № 14

Общим решением дифференциального уравнения $y'' - 17y' + 60y = 0$ является:

1. $C_1e^{5x} + C_2e^{12x}$;
2. $C_1e^{-5x} + C_2\sin(12x)$;
3. $C_1\cos(5x) + C_2\sin(12x)$;
4. $C_1e^{24x} + C_2e^{6x}$.

Задание № 15

Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{1ln!}$ равен:

1. $+\infty$;
2. 11;
3. $\frac{1}{11}$;
4. 1.

Задание № 16

Предел $\lim_{x\to\infty}\frac{12x^6+7x^4-32x+36}{7x^6-32x^5+12x+36}$ равен**:**

1. ∞;
2. $-\frac{1}{32}$;
3. 1;
4. $\frac{12}{7}$.

Задание № 17

Установите соответствие между функциями и их производными:

Столбец 1		Столбец 2	
1	$f(x) = 5^{6x}$	А	$-\frac{7}{2\sqrt{x-9}}\sin(\sqrt{x-9})$
2	$f(x) = 6^{5x}$	Б	$-\frac{95}{(x-10)^2}$
3	$f(x) = \frac{9x+5}{x-10}$	В	$6^{5x}5\ln 6$
4	$f(x) = 7\cos(\sqrt{x-9})$	Г	$5^{6x}6\ln 5$

Задание № 18

Производная второго порядка функции $f(x) = 5^{6x}$ равна:

1. $5^{6x}5^2\ln 5$;
2. 5^{6x};
3. $6x5^{6x-1}$;
4. $5^{6x}6^2\ln 5$.

Задание № 19

Достаточным условием убывания функции $\mathrm{y(x)}$ на интервале $(a.b)$ является:

1. $y' < 0$ на $(a.b)$;
2. $y^n > 0$ на $(a.b)$;
3. $y^n < 0$ на $(a.b)$;
4. $y' \geq 0$ на $(a.b)$.

Задание № 20

Формулой Маклорена называется формула Тейлора при а = ….

1. 0;
2. 1;
3. -1;
4. 100.

Задания открытого типа (типовые задания, ситуационные задачи)

Общие критерии оценивания

№ п/п	Процент правильных ответов	Оценка
1	86 % – 100 %	5 («отлично»)
2	70 % – 85 %	4 («хорошо)
3	51 % – 69 %	3 (удовлетворительно)
4	50 % и менее	2 (неудовлетворительно)

Номер вопроса и проверка сформированной компетенции

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
1	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	21	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10

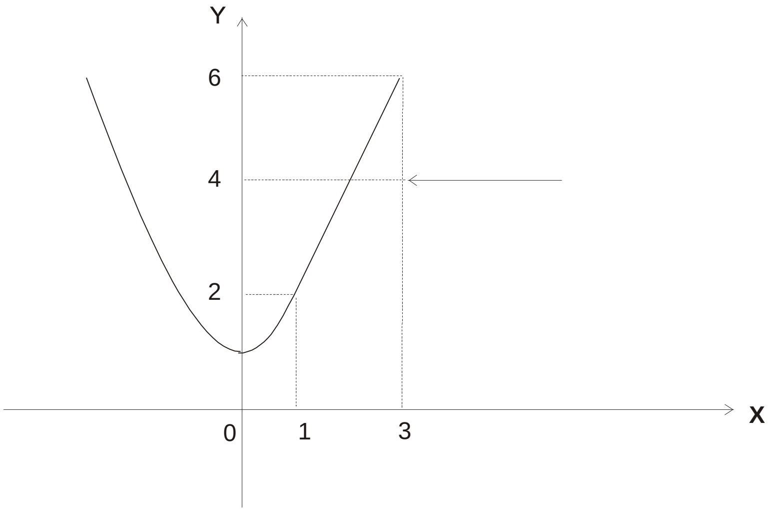
2	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	22	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
3	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	23	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
4	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	24	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
5	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	25	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
6	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	26	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
7	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	27	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
8	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	28	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10

	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
9	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	29	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
10	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	30	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
11	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	31	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
12	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	32	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
13	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	33	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
14	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	34	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10

15	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	35	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
16	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	36	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
17	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	37	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
18	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	38	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
19	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	39	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
20	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10	40	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10
	ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10		ОК-7, ОПК-2, ОПК-3, ПК-10

Ключ ответов к заданиям открытого типа

№ вопроса	Верный ответ
1	$\left\|\dfrac{1-4x}{3}\right\| \le 1 \Leftrightarrow \dfrac{\|1-4x\|}{3} \le 1 \Leftrightarrow \|4x-1\| \le 3 \Leftrightarrow -3 \le 4x-1 \le 3 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow -2 \le 4x \le 4 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} \le x \le 1.$ $D(y) = \left[-\dfrac{1}{2};1\right].$
2	$U_{\frac{1}{3}}(2)=(1\frac{2}{3};2\frac{1}{3})$; $\dot{U}_5(13)=(8;13)\cup(13;18)$.
3	Так как *tg5x ~ 5x* и *sin7x ~ 7x* при *x→0*, то, заменив функции эквивалентными бесконечно малыми, получим: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg5x}{\sin 7x} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5x}{7x} = \dfrac{5}{7}$.
4	Так как 1 – cosx = $2\sin^2\dfrac{x}{2} \sim 2\left(\dfrac{x}{2}\right)^2$ при x→0, то $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3}{1-\cos x} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3}{\frac{x^2}{2}} = \lim\limits_{x\to 0} 2x = 0$.
5	Найдем односторонние пределы в точке $x = 2$: При $x \to 2-0$ знаменатель дроби $\dfrac{1}{2-x}$ стремится к нулю, но остается при этом больше нуля. Следовательно, сама дробь $\dfrac{1}{2-x}$ стремится к плюс бесконечности. Тогда $\lim\limits_{x\to 2-0} 5^{\frac{1}{2-x}} = +\infty$. При $x \to 2+0$ дробь $\dfrac{1}{2-x} \to -\infty$ и $\lim\limits_{x\to 2-0} 5^{\frac{1}{2-x}} = 0$. Так как один из односторонних пределов равен бесконечности, то в точке $x = 2$ функция $y = 5^{\frac{1}{2-x}}$ терпит разрыв второго рода. Заметим, что в остальных точках функция непрерывна, как суперпозиция непрерывных функций.
6	Очевидно, что функция непрерывна на каждом из трех интервалов $x \le 1$, $1 \le x < 3$ и $x \ge 3$. Точки $x = 1$ и $x = 3$ являются подозрительными на наличие разрыва. Найдем односторонние пределы $\lim\limits_{x\to 1-0} y(x) = \lim\limits_{x\to 1-0}\left(x^2+1\right) = 1+1 = 2,\quad \lim\limits_{x\to 1+0} y(x) = \lim\limits_{x\to 1+0} 2x = 2$. Значение функции в точке $x = 1$ равно: $y(1) = 1^2 + 1 = 2$. Предел слева равен пределу справа, и равен значению функции в точке $x = 1$, следовательно, в точке $x = 1$ функция непрерывна. Исследуем поведение функции в точке $x = 3$: $\lim\limits_{x\to 3-0} y(x) = \lim\limits_{x\to 3-0} 2x = 6,\quad \lim\limits_{x\to 3+0} y(x) = \lim\limits_{x\to 3+0} 4 = 4$. Предел слева не равен пределу справа, следовательно, в точке $x = 3$ функция терпит разрыв первого рода типа «скачок». График функции изображен на рис. 1:

	 Рис. 1.
7	Согласно механическому смыслу производной $V(t_0) = S'(t_0)$. Имеем $S'(t) = 3t^2 - 4t - 1$ Если $t = t_0 = 2$, то $S'(2) = 3, \Rightarrow\ V(2) = 3(\text{м/с})$ $a(t_0) = V'(t_0)$ $V'(t) = (S'(t))' = (3t^2 - 4t - 1)' = 6t - 4$ $V'(2) = 6 \cdot 2 - 4 = 8, \Rightarrow\ a(2) = 8(\text{м/с}^2)$.
8	$y'(x) = 0{,}3x^2 - 2{,}4x + 5$ (ед./мес.) предельные издержки $y'(10) = 11$ Средние издержки производства равны $y_{\text{ср}} = \dfrac{0{,}1x^3 - 1{,}2x^2 + 5x + 250}{x} = 0{,}1x^2 - 1{,}2x + 5 + \dfrac{250}{x}$ $y_{\text{ср}}(10) = 28.$ *Вывод:* При данном уровне производства (количестве выпускаемой продукции) средние затраты на производство одной единицы продукции составляют 28 ден. ед., а увеличение объема на одну единицу продукции обойдется фирме приближенно в 11 ден. ед.
9	Применим формулу $\left(U^n\right)' = n \cdot U^{n-1} \cdot U'$, здесь n=3, $U = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + 2$. Тогда $y' = 3\left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + 2\right)^{3-1} \cdot \left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + 2\right)'$. Найдем U'. $U' = \left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + 2\right)' = \left(\frac{1}{4}x^4\right)' - \left(2 \cdot x^{-\frac{2}{3}}\right)' + (2)' = \left(\frac{1}{4}x^4\right)' - \left(2x^{-\frac{2}{3}}\right)' =$ $= \frac{1}{4}\left(x^4\right)' - 2\left(x^{-\frac{2}{3}}\right)' = \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot x^{4-1} - 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot x^{-\frac{2}{3}-1} = x^3 + \frac{4}{3}x^{-\frac{5}{3}} = x^3 + \frac{4}{3 \cdot \sqrt[3]{x^5}}$.

	Следовательно, $y'=3\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}+2\right)^2\cdot\left(x^3+\frac{4}{3\cdot\sqrt[3]{x^5}}\right).$
10	$y'=\left(6^{\operatorname{tg}x}-x^2\cos 2x\right)'=\left(6^{\operatorname{tg}x}\right)'-\left(x^2\cos 2x\right).$ Найдем: $\left(6^{\operatorname{tg}x}\right)'$ по формуле $(a^u)'=a^u\cdot\ln a\cdot U'$. Будем иметь $\left(6^{\operatorname{tg}x}\right)'=6^{\operatorname{tg}x}\cdot\ln 6(\operatorname{tg}x)'=6^{\operatorname{tg}x}\cdot\ln 6\cdot\frac{1}{\cos^2 x}$. Производную $(x^2\cos 2x)'$ найдем по формуле $(U\cdot\upsilon)'=U'\upsilon+U\upsilon'$ и $(\cos U)'=-\sin U\cdot U'$. Тогда $\left(x^2\cos 2x)'\right)'=(x^2)'\cdot\cos 2x+x^2\cdot(\cos 2x)'=2x\cos 2x+x^2(-\sin 2x)(2x)'=$ $=2x\cos 2x-2x^2\sin 2x=2x(\cos 2x-x\sin 2x).$ Следовательно, $y'=6^{\operatorname{tg}x}\cdot\ln 6\cdot\frac{1}{\cos^2 x}-2x(\cos 2x-x\sin 2x)$.
11	Так как дифференциал определяется выражением $dy=y'dx$, то найдем сначала производную y': $y'=\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{x-2}+\arccos\sqrt{x+2}\right)'=\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{x-2}\right)'+\left(\arccos\sqrt{x+2}\right)'.$ Для нахождения производной $\operatorname{arctg}\frac{1}{x-2}$ применим формулу $\left(\operatorname{arctg}U\right)'=\frac{U'}{1+U^2}$. Здесь $U=\frac{1}{(x-2)}$. Тогда $\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{x-2}\right)'=\frac{\left(\frac{1}{x-2}\right)'}{1+\left(\frac{1}{x-2}\right)^2}=\frac{\left((x-2)^{-1}\right)'}{1+\left(\frac{1}{x-2}\right)^2}=\frac{(-1)(x-2)^{-1-1}}{1+\left(\frac{1}{x-2}\right)^2}=$ $=\frac{-\frac{1}{(x-2)^2}}{1+\left(\frac{1}{x-2}\right)^2}=\frac{-\frac{1}{(x-2)^2}}{\frac{(x-2)^2+1}{(x-2)^2}}=-\frac{1}{(x-2)^2+1}=-\frac{1}{x^2-4x+5}.$ Для нахождения производной $\left(\arccos\sqrt{x+2}\right)'$ применим формулу $\left(\arccos U\right)'=-\frac{U'}{\sqrt{1-U^2}}$. Тогда $\left(\arccos\sqrt{x+2}\right)'=\frac{-(\sqrt{x+2})'}{\sqrt{1-(\sqrt{x+2})^2}}=\frac{-\left((x+2)^{\frac{1}{2}}\right)'}{\sqrt{1-x-2}}=$ $=-\frac{\frac{1}{2}(x+2)^{\frac{1}{2}-1}}{\sqrt{-x-1}}=-\frac{\frac{1}{2}(x+2)^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{-x-1}}=-\frac{1}{2\sqrt{(-x-1)(x+2)}}.$ Следовательно, $y'=-\frac{1}{x^2-4x+5}-\frac{1}{2\sqrt{(-x-1)(x+2)}}$. Отсюда дифференциал равен $dy=y'dx=\left(-\frac{1}{x^2-4x+5}-\frac{1}{2\sqrt{(-x-1)(x+2)}}\right)dx$.

12	Рассмотрим функцию $y=\sqrt[4]{x}$. Пусть $x_0=16$, $x_1=16{,}6$. Тогда $\Delta x=x_1-x_0=16{,}6-16=0{,}6$. $y_0=f(x_0)=\sqrt[4]{16}=2$. $f'(x_0)=\frac{1}{4}\cdot x^{-\frac{3}{4}}\Big\vert_{x=16}=\frac{1}{4\cdot\left(\sqrt[4]{16}\right)^3}=\frac{1}{4\cdot 8}=\frac{1}{32}$. Для нахождения $y_1=\sqrt[4]{x_1}=\sqrt[4]{16{,}6}$ воспользуемся формулой (4). Получим $\sqrt[4]{16{,}6}\approx y_0+f'(x_0)\cdot\Delta x=2+\frac{1}{32}\cdot 0{,}6\approx 2+0{,}019=2{,}019$.
13	Рассмотрим вспомогательную функцию $F(x)=f(x)-f(a)-\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}(g(x)-g(a))$, которая на интервале [a, b] удовлетворяет условиям теоремы Ролля. Легко видеть, что при x = a и x = b F(a) = F(b) = 0. Тогда по теореме Ролля существует такая точка ε, a < ε < b, такая, что F′(ε) = 0. Т.к. $F'(x)=f'(x)-\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}g'(x)$, то $F'(\varepsilon)=0=f'(\varepsilon)-\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}g'(\varepsilon)$ А т.к. $g'(\varepsilon)\neq 0$, то $\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\frac{f'(x)}{g'(x)}$. Теорема доказана.
14	Производная рассматриваемой функции существует при любом x и равна $y'=x^2-4x+3$. Приравняв производную нулю и решив полученное квадратное уравнение, найдем две критические точки: $x_1=1$ и $x_2=3$. Ось x разбивается этими точками на три интервала: $(-\infty,1)$, $(1,3)$ и $(3,+\infty)$, причем на каждом из них y' сохраняет знак. Определим эти знаки, например, вычислив y' в произвольных точках указанных интервалов, получим: $y'>0$ на $(-\infty,1)$ и $(3,+\infty)$, и $y'<0$ на $(1,3)$. Отсюда заключаем, что функция $y(x)$ возрастает на интервалах $(-\infty,1)$ и $(3,+\infty)$, убывает на интервале $(1,3)$, в точке $x=1$.
15	Производная рассматриваемой функции существует при любом x и равна $y'=x^2-4x+3$. Приравняв производную нулю и решив полученное квадратное уравнение, найдем две критические точки: $x_1=1$ и $x_2=3$. Ось x разбивается этими точками на три интервала: $(-\infty,1)$, $(1,3)$ и $(3,+\infty)$, причем на каждом из них y' сохраняет знак. Определим эти знаки, например, вычислив y' в произвольных точках указанных интервалов, получим: $y'>0$ на $(-\infty,1)$ и $(3,+\infty)$, и $y'<0$ на $(1,3)$. Отсюда заключаем, что функция $y(x)$ в точке $x=1$ достигает максимального значения $y_{\max}=\frac{7}{3}$, а в точке $x=3$ - минимального значения $y_{\min}=1$.
16	1. Область определения $D(y)=(-\infty;\ 2\ )\cup(\ 2;\ +\infty\ )$. 2. Пусть x = 0, тогда y = 1,5. Пусть y = 0, тогда x = $\pm\sqrt{3}$. То есть

	точки (0; 3/2) и ($\pm\sqrt{3}$; 0) – являются точками пересечения графика функции с осями координат. Если $x\in\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3};\ 2\right)$, то $y(x)<0$. Если $x\in\left(-\sqrt{3};\ \sqrt{3}\right)\cup\left(2;+\infty\right)$, то $y(x)>0$. 3. Функция общего вида, т. е. не является ни четной, ни нечетной. Действительно, $y(-x)=\dfrac{(-x)^2-3}{-x-2}=-\dfrac{x^2-3}{x+2}$. То есть $y(-x)\neq y(x)$ и $y(-x)\neq -y(x)$. 4. Функция не является периодической, так как она имеет только одну точку разрыва. 5. Функция непрерывна в области определения, так как является дробно-рациональной. Для исследования типа разрыва в точке $x=2$ найдем односторонние пределы $$\lim_{x\to 2-0}\frac{x^2-3}{x-2}=\left(\frac{+1}{-0}\right)=(-\infty),\quad \lim_{x\to 2+0}\frac{x^2-3}{x-2}=\left(\frac{+1}{+0}\right)=(+\infty).$$ Следовательно, точка $x=2$ является точкой разрыва второго рода, и прямая линия $x=2$ является вертикальной асимптотой графика функции. Уравнения наклонных (горизонтальных) асимптот графика функции будем искать в виде: $y=kx+b$, где k и b определяются следующим образом: $$k_{1,2}=k=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3}{(x-2)\cdot x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3}{x^2-2x}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{3}{x^2}}{1-\frac{2}{x}}=1,$$ $$b=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-3}{x-2}-1\cdot x\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3-x^2+2x}{x-2}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x-3}{x-2}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{2-\frac{3}{x}}{1-\frac{2}{x}}=2.$$ Таким образом, прямая $y=x+2$ является наклонной асимптотой. 6. Найдем первую производную функции: $$y'=\left(\frac{x^2-3}{x-2}\right)'=\frac{2x\cdot(x-2)-(x^2-3)}{(x-2)^2}=\frac{2x^2-4x-x^2+3}{(x-2)^2}=\frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}.$$ $$y'=0\ \Rightarrow\ x_1=1,\quad x_2=3.\quad y(x_1)=\frac{1-3}{1-2}=2,\quad y(x_2)=\frac{9-3}{3-2}=6.$$ Итак, критическими точками 1-го рода являются точки $x=1$ и $x=3$. Точка $x=2$ критической не является, т. к. она не принадлежит области определения функции. 7. Найдем вторую производную функции: $$y''=\left(\frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}\right)'=\frac{(2x-4)\cdot(x-2)^2-2\cdot(x-2)\cdot(x^2-4x+3)}{(x-2)^4}=$$ $$=\frac{(2x-4)\cdot(x-2)-2(x^2-4x+3)}{(x-2)^3}=\frac{2x^2-8x+8-2x^2+8x-6}{(x-2)^3}=\frac{2}{(x-2)^3}\neq 0.$$

Критических точек второго рода функция не имеет.

8. Составим таблицу исследования функции:

x	$(-\infty; 1)$	1	(1; 2)	2	(2; 3)	3	(3;
$y'(x)$	+	0	–	Не сущ.	–	0	+
$y''(x)$	–	–	–	Не сущ.	+	+	+
$y(x)$		max $y = 2$.		Не сущ.		min $y = 6$.	

9. Построим график функции (рис.2):

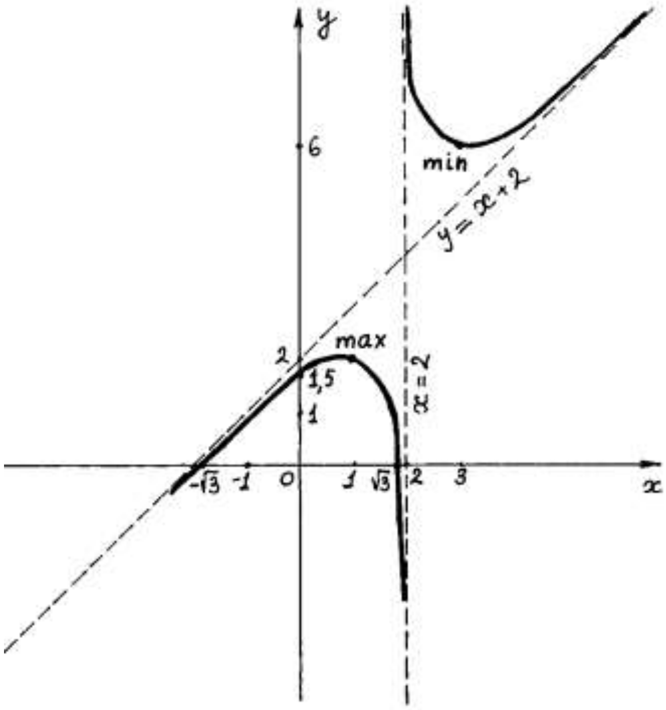


Рис. 2

17 Находим: $f(x) = e^x$, $f(0) = 1$

$f'(x) = e^x$, $f'(0) = 1$

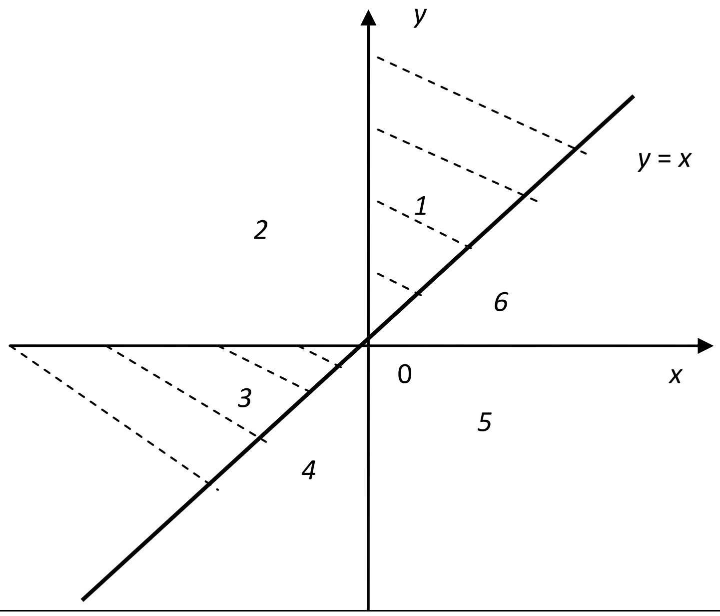
……………………

$f^{(n)}(x) = e^x$, $f^{(n)}(0) = 1$

Тогда: $e^x = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + ... + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}e^{\theta x}$, $0 < \theta < 1$

18 Искомая область определения является множеством точек на плоскости xOy, удовлетворяющих системе неравенств $\begin{cases} y - x \geq 0 \\ x \cdot y > 0 \end{cases}$.

Неравенства $y - x \geq 0$ и $x \cdot y > 0$ меняют свой знак на противоположный (соответственно) при пересечении следующих линий: $x = y$ и $x = 0$, $y = 0$. Эти линии разбивают плоскость xOy 6 областей. Последовательно, подставляя произвольные точки, из каждой области в систему $\begin{cases} y - x \geq 0 \\ x \cdot y > 0 \end{cases}$, убеждаемся в том, что объединение областей (1) и (3) является областью определения исходной функции. Причем прямая $x = y$, за исключением точки (0; 0), входит

	в область определения, а прямые $x = 0$, и $y = 0$ – не входят (рис. 3). Рис. 3 
19	$z'_x = 5\left(x^2\right)'_x - 4y\left(x\right)'_x + 2\left(\sqrt{x}\right)'_x - \frac{1}{y}\left(x\right)'_x = 10x - 4y + \frac{2}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{y}.$ $z'_y = 5\left(x^2\right)'_y - 4x\left(y\right)'_y + 2\left(\sqrt{x}\right)'_y - x\left(\frac{1}{y}\right)'_y = 0 - 4x + 0 - x\left(-\frac{1}{y^2}\right) = \frac{x}{y^2} - 4x$
20	Рассмотрим функцию $z = \sqrt[3]{e^x + y}$. Требуется вычислить значение z_1 этой функции в точке $(x_1;\ y_1)$ = (0,09; 6,95). Воспользуемся приближенной формулой (5), выбрав в качестве точки $\left(x_0;\ y_0\right)$ точку (0; 7). Тогда $\Delta x = x_1 - x_0$ = 0,09 – 0 = 0,09, $\Delta y = y_1 - y_0$ = 6,95 – 7 = – 0,05. $z_0 = f\left(x_0; y_0\right) = \sqrt[3]{e^0 + 7} = \sqrt[3]{8} = 2.$ $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{\left(x_0; y_0\right)} = \left.\frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{\left(e^x + y\right)^2}} \cdot e^x\right\|_{(0;7)} = \frac{1}{3 \cdot 4} \cdot e^0 = \frac{1}{12}.$ $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{\left(x_0; y_0\right)} = \left.\frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{\left(e^x + y\right)^2}} \cdot 1\right\|_{(0;7)} = \frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{12}.$

	Итак, $dz=\frac{1}{12}\cdot 0{,}09+\frac{1}{12}\cdot\left(-0{,}05\right)=\frac{1}{12}\cdot 0{,}04\approx 0{,}003.$ Следовательно, $\sqrt[3]{e^{0,09}+6{,}95}\approx 2+0{,}003=2{,}003.$
21	Найдем частные производные первого порядка: $z'_x=8x+3y+1$, $z'_y=3x+4y+9$. Приравняем полученные частные производные к нулю. Получим систему уравнений для определения точек, подозрительных на экстремум: $\begin{cases}8x+3y=-1\\3x+4y=-9\end{cases}$. Решим данную систему, например, методом Крамера. $\Delta=\begin{vmatrix}8\,3\\3\,4\end{vmatrix}=32-9=23,\ \Delta_x=\begin{vmatrix}-1&3\\-9&4\end{vmatrix}=-4+27=23,\ \Delta_y=\begin{vmatrix}8&-1\\3&-9\end{vmatrix}=-72+3=-69.$ Следовательно, $x_0=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{23}{23}=1,\quad y_0=\frac{\Delta_y}{\Delta}=-\frac{69}{23}=-3$. Таким образом, точка $M(1;\,-3)$ – является единственной точкой, подозрительной на экстремум. Найдем частные производные второго порядка: $z''_{xx}=\left(8x+3y+1\right)'_x=8,\quad z''_{xy}=\left(8x+3y+1\right)'_y=3,\quad z''_{yy}=\left(3x+4y+9\right)'_y=4$. В точке M вычислим дискриминант D по формуле $D=AC-B^2$, где $A=z''_{xx}\big\|_M=8,\quad B=z''_{xy}\big\|_M=3,\quad C=z''_{yy}\big\|_M=4.$ То есть $D=32-9=23$. Так как дискриминант больше нуля, то в точке M функция имеет экстремум. А именно, собственный минимум, поскольку A и C больше нуля. При этом $z_{\min}=z(M)=4\cdot1+3\cdot1\cdot(-3)+2\cdot9+1+9\cdot(-3)+5=4-9+18+1-27+5=-8.$
22	$z'_x=2x$, $z'_y=-2y$, $z''_{xx}=2$, $z''_{yy}=-2$, $z''_{xy}=z''_{yx}=0$, $\Delta=-4<0$, и, следовательно, стационарная точка $(0,\,0)$ не является точкой экстремума.
23	$u=xy+\lambda(2x+3y-5)$ $\frac{\partial u}{\partial x}=y+2\lambda;\qquad \frac{\partial u}{\partial y}=x+3\lambda;$ $\begin{cases}y+2\lambda=0\\x+3\lambda=0\\2x+3y-5=0\end{cases}$ $\lambda=-\frac{5}{12};\qquad x=\frac{5}{4};\qquad y=\frac{5}{6};$ Таким образом, функция имеет экстремум в точке $\left(\frac{5}{4};\frac{5}{6}\right)$.
24	$\int x^3dx=\frac{x^{3+1}}{3+1}+c=\frac{x^4}{4}+c.$ Проверка. $\left(\frac{x^4}{4}\right)'+(C)'=\frac{1}{4}\left(x^4\right)'+0=\frac{1}{4}\cdot4\cdot x^3=x^3.$

25	$\int\left(x+\frac{1}{x}+2^x-3\sin x+\frac{1}{\sin^2 x}\right)dx=\int xdx+\int\frac{1}{x}dx+\int 2^x dx-$ $-3\int\sin xdx+\int\frac{1}{\sin^2 x}dx=\frac{x^2}{2}+\ln\lvert x\rvert+\frac{2^x}{\ln 2}+3\cos x-\operatorname{ctg}x+C.$
26	Сделаем замену *t = sinx*, *dt = cosxdx*. $\int\sqrt{t}dt=\int t^{1/2}dt=\frac{2}{3}t^{3/2}+C=\frac{2}{3}\sin^{3/2}x+C.$
27	$\int\frac{3x+4}{\sqrt{7-x^2+6x}}dx=\int\frac{3x+4}{\sqrt{16-(x-3)^2}}dx=\left\{\begin{matrix}u=x-3; & du=dx;\\ x=u+3; & \end{matrix}\right\}=\int\frac{3u+9+4}{\sqrt{16-u^2}}du=3\int\frac{udu}{\sqrt{16-u^2}}+$ $+13\int\frac{du}{\sqrt{16-u^2}}=-3\sqrt{16-u^2}+13\arcsin\frac{u}{4}+C=-3\sqrt{7-x^2-6x}+13\arcsin\frac{x-3}{4}+C.$
28	$\int\frac{dx}{4\sin x+3\cos x+5}=\int\frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{4\frac{2t}{1+t^2}+3\frac{1-t^2}{1+t^2}+5}=2\int\frac{dt}{8t+3-3t^2+5+5t^2}=2\int\frac{dt}{2t^2+8t+8}=$ $=\int\frac{dt}{t^2+4t+4}=\int\frac{dt}{(t+2)^2}=-\frac{1}{t+2}+C=-\frac{1}{tg\frac{x}{2}+2}+C.$
29	**<u>Теорема о среднем.</u>** Если функция f(x) непрерывна на отрезке [a, b], то на этом отрезке существует точка ε такая, что $$\int_a^b f(x)dx=(b-a)f(\varepsilon)$$ **<u>Доказательство:</u>** В соответствии со свойством 5: $$m\le\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx\le M$$ т.к. функция f(x) непрерывна на отрезке [a, b], то она принимает на этом отрезке все значения от m до M. Другими словами, существует такое число ε∈ [a, b], что если $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx=\mu$ и μ = f(ε), а a ≤ ε ≤ b, тогда $\int_a^b f(x)dx=(b-a)f(\varepsilon)$. Теорема доказана.
30	Имеем $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{dx}{\cos^2 x}=\operatorname{tg}x\Big\rvert_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}=\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}-\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}=1-\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{3-\sqrt{3}}{3}$.
31	Выразим из уравнения переменную у. $y=\sqrt{r^2-x^2}$ Найдем производную $y'=-\frac{x}{\sqrt{r^2-x^2}}$ Тогда $\frac{1}{4}S=\int_0^r\sqrt{1+\frac{x^2}{r^2-x^2}}dx=\int_0^r\frac{r}{\sqrt{r^2-x^2}}dx=r\cdot\arcsin\frac{x}{r}\Big\rvert_0^r=r\frac{\pi}{2}$ Тогда S = 2πr. Получили общеизвестную формулу длины окружности.
32	Точка $x=1$ является особой точкой, поскольку подынтегральная функция имеет в ней бесконечный разрыв. Поэтому:

	$I=\lim\limits_{\varepsilon\to 0}\int\limits_0^{1-\varepsilon}\frac{dx}{1-x^2}=\lim\limits_{\varepsilon\to 0}\left(\frac{1}{2}\ln\left\|\frac{1-x}{1+x}\right\|\right)\Big\|_0^{1-\varepsilon}=\frac{1}{2}\left(\lim\limits_{\varepsilon\to 0}\ln\left\|\frac{\varepsilon}{2-\varepsilon}\right\|-\ln 1\right)=\frac{1}{2}(-\infty-0)=-\infty$ - получили бесконечный предел. Таким образом, данный интеграл расходится.
33	интегрируя, получим общее решение $$y(x)=\int 2x\,dx+C=x^2+C.$$
34	Перепишем его в виде $\frac{dy}{dx}=\frac{y^2-x^2}{2xy}$. Справа стоит функция однородная нулевой степени. Действительно, $f(\lambda x,\lambda y)=\frac{(\lambda y)^2-(\lambda x)^2}{2(\lambda x)(\lambda y)}=\frac{\lambda^2(y^2-x^2)}{\lambda^2\cdot 2xy}=\frac{y^2-x^2}{2xy}=f(x,y)$. Итак, преобразованное уравнение является однородным дифференциальным уравнением. Решаем его заменой y=ux. Получаем $u'x+u=\frac{(ux)^2-x^2}{2x(ux)}=\frac{u^2-1}{2u}$ или $u'x=\frac{u^2-1}{2u}-u=\frac{-1-u^2}{2u}$, т.е. $u'=-\frac{u^2+1}{2ux}$. Разделяя переменные приходим к уравнению $\frac{2udu}{u^2+1}=-\frac{dx}{x}$. Интегрируем левую и правую части этого уравнения: $\int\frac{2udu}{u^2+1}=\int d\ln(u^2+1)=\ln(u^2+1)+c_1,-\int\frac{dx}{x}=-\ln\|x\|+c_2$. Приравнивая найденные интегралы, получаем общее решение вспомогательного дифференциального уравнения относительно переменных x и u $\ln(u^2+1)=-\ln\|x\|+c$ или $\ln(u^2+1)=-\ln\|x\|+\ln c$, где c>0. Потенциируя последнее выражение, общее решение получает вид $u^2+1=\frac{c}{x}$, где c – произвольная постоянная. Заменяя u=y/x, получаем общий интеграл исходного дифференциального уравнения $\left(\frac{y}{x}\right)^2+1=\frac{c}{x}$ или $y^2+x^2=cx$, Последнее выражение приводится к виду $\left(x-\frac{c}{2}\right)^2+y^2=\left(\frac{c}{2}\right)^2$.
35	Четырежды проинтегрируем данное уравнение по переменной x: $y'''=\int\sin x dx=-\cos x+C_1$, $y''=\int(-\cos x+C_1)dx=-\sin x+C_1x+C_2$, $y'=\int(-\sin x+C_1x+C_2)dx=\cos x+\frac{C_1x^2}{2}+C_2x+C_3$, $y=\int\left(\cos x+\frac{C_1x^2}{2}+C_2x+C_3\right)dx=\sin x+C_1^1x^3+C_2^1x^2+C_3x+C_4$, где $C_1^1=\frac{C_1}{6}$, $C_2^1=\frac{C_2}{2}$.

	Таким образом, общее решение исходного уравнения четвертой степени $y(x)=\sin x+C_1^1x^3+C_2^1x^2+C_3x+C_4$ зависит от четырех произвольных констант.
36	Общее решение соответствующего однородного уравнения имеет вид $y_o=e^x(C_1+C_2x)$(см. пример 5). Так как правая часть уравнения является многочленом второй степени и ни один из корней характеристического уравнения $x^2-2x+1=0$ не равен нулю (K_1=K_2=1), то частное решение ищем в виде $\tilde{y}=Ax^2+Bx+C$, гдеA, B, C – неизвестные коэффициенты. Дифференцируя дважды $\tilde{y}=Ax^2+Bx+C$ и подставляя $\tilde{y}=Ax^2+Bx+C$, $\tilde{y}'=2Ax+B$, $\tilde{y}''=2A$ в данное уравнение находим $2A-4Ax-2B+Ax^2+Bx+C=x^2+1$, или $Ax^2+(B-4A)x+2A-2B+C=x^2+1$. Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях x в обеих частях равенства, имеемA=1, B-4A=0, 2A-2B+C=1, Находим A=1, B=4, C=7. Итак, частное решение данного уравнения имеет вид $\tilde{y}=x^2+4x+7$, а общее решение - $y=e^x(C_1+C_2x)+x^2+4x+7$.
37	Общее решение соответствующего однородного уравнения имеет вид $y_o=C_1e^x+C_2e^{-2x}$. В правой части данного уравнения стоит произведение многочлена нулевой степени на показательную функцию $e^{\alpha x}$ при α=2. Так как среди корней характеристического уравнения нет корней, равных 2, то частное решение данного уравнения ищем в виде $\tilde{y}=A\cdot e^{2x}$. Дифференцируя и подставляя $\tilde{y}$ в уравнение получаем: $4\cdot A\cdot e^{2x}+2\cdot A\cdot e^{2x}-2Ae^{2x}=3e^{2x}$ и $4\cdot A\cdot e^{2x}=3e^{2x}$, откуда $4\cdot A=3$, $A=3/4$. Подставляя найденное значение A в выражение для $\tilde{y}$, найдем частное решение данного уравнения $\tilde{y}=\frac{3}{4}e^{2x}$ и общее решение запишется в виде $y=y_o+\tilde{y}=C_1e^x+C_2e^{-2x}+{}^3\!/_4\,e^{2x}$. Найдем частное решение, удовлетворяющее начальным условиям. Для этого продифференцируем y: $y'=C_1e^x-2C_2e^{-2x}+\frac{6}{4}e^{2x}$. Подставляем начальные условия в y и y', находим C_1 и C_2: $\begin{cases}1=C_1+C_2+\frac{3}{4},\\ 3=C_1-2C_2+\frac{6}{4},\end{cases}$ $-2=3C_2-\frac{3}{4},\ 3C_2=-\frac{5}{4},\quad C_2=-\frac{5}{12},\quad C_1=\frac{2}{3}$. Подставляя найденное значение C_1 и C_2 в выражение для у, найдем частное решение данного уравнения
38	$a_8=tg\frac{\pi\cdot 8}{6}=tg\frac{4\pi}{3}=\frac{1}{\sqrt{3}}$
39	Проверим сначала для данного ряда выполнения необходимого условия

	сходимости: $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty}\frac{3n-4}{n+1} = 3 \neq 0$. Предел общего члена ряда не равен нулю, следовательно, данный ряд является расходящимся.
40	**Решение.** $z_1 - z_2 = (-\sqrt{2} - i) - (1 - 2i) = (-\sqrt{2} - 1) + i(-1 - (-2)) =$ $= (-\sqrt{2} - 1) + i.$ **Ответ:** $z_1 - z_2 = (-\sqrt{2} - 1) + i$.

Задание № 1

Найти области определения функции: $y = \arcsin\frac{1-4x}{3}$.

Задание № 2

Записать окрестности $U_{\frac{1}{3}}(2)$; $\dot{U}_5(13)$ промежутками.

Задание № 3

Найти предел $\lim_{x\to 0}\frac{tg5x}{\sin 7x}$.

Задание № 4

Найти предел $\lim_{x\to 0}\frac{x^3}{1-\cos x}$.

Задание №5

Установить характер разрыва функции $y = 5^{\frac{1}{2-x}}$ в точке $x = 2$.

Задание №6

Исследовать функцию на непрерывность.

$$y = \begin{cases} x^2 + 1, & x \le 1, \\ 2x, & 1 < x \le 3, \\ 4, & x > 3. \end{cases}$$

Задание № 7

Тело движется прямолинейно по закону $S(t) = t^3 - 2t^2 - t$. Определить скорость и ускорение тела при $t_0 = 2$.

Задание № 8

Функция издержек производства некоторой фирмы имеет вид: $y(x) = 0{,}1x^3 - 1{,}2x^2 + 5x + 250$ (ден. ед.). Найти предельные и средние издержки производства и вычислить их значение при $x = 10$.

Задание № 9

Найти производные заданных функций:

1) $y=\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}+2\right)^3$.

Задание № 10

Найти производные заданных функций:

1) $y=6^{\operatorname{tg}x}-x^2\cos 2x$.

Задание № 11

Найти дифференциал dy функции: $y=\operatorname{arctg}\frac{1}{x-2}+\arccos\sqrt{x+2}$.

Задание № 12

Вычислить $\sqrt[4]{16{,}6}$ приближенно с помощью дифференциала.

Задание № 13

Доказать теорему Коши.Теорема Коши. Если функции f(x) и g(x) непрерывны на отрезке [a, b] и дифференцируемы на интервале (a, b) и $g'(x) \neq 0$ на интервале (a, b), то существует по крайней мере одна точка ε, a < ε < b, такая, что

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\frac{f'(\varepsilon)}{g'(\varepsilon)}.$$

Задание № 14

Найдем интервалы возрастания и убывания функции

$$y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1.$$

Задание № 15

Найти экстремумы функции

$$y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1.$$

Задание № 16

Провести полное исследование и построить график функции $y=\frac{x^2-3}{x-2}$.

Задание № 17

Найти разложение функции $f(x) = e^x$

Задание № 18

Найти область определения функции $z=\sqrt{y-x}+\ln(xy)$.

Задание № 19

Найти частные производные функции

$$z = 5x^2 - 4xy + 2\sqrt{x} - \frac{x}{y}.$$

Задание № 20

Вычислить $\sqrt[3]{e^{0,09} + 6,95}$ приближенно, с помощью дифференциала.

Задание № 21

Найти экстремумы функции $z = 4x^2 + 3xy + 2y^2 + x + 9y + 5$.

Задание № 22

Найти экстремумы функции $z = x^2 - y^2$.

Задание № 23

Найти экстремум функции f(x, y) = xy, если уравнение связи:

2x + 3y – 5 = 0

Задание № 24

Вычислить интеграл: $\int x^3 dx$.

Задание № 25

Вычислить интеграл: $\int\left(x + \frac{1}{x} + 2^x - 3\sin x + \frac{1}{\sin^2 x}\right)dx$.

Задание № 26

Найти неопределенный интеграл $\int \sqrt{\sin x} \cos x dx$.

Задание № 27

Вычислить интеграл $\frac{3x+4}{\sqrt{7 - x^2 + 6x}} dx$.

Задание № 28

Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{4\sin x + 3\cos x + 5}$:

Задание № 29

Сформулируйте и докажите теорему о среднем.

Задание № 30

Вычислить $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$ по формуле Ньютона – Лейбница.

Задание № 31

Найти длину окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 = r^2$.

Задание № 32

Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^1 \frac{dx}{1-x^2}.$$

Задание № 33

Решить уравнение $y' = 2x$

Задание № 34

Решить уравнение $(x^2-y^2)dx+2xydy=0$.

Задание № 35

Найти общее решение дифференциального уравнения $y^{(4)} = \sin x$.

1. $y'+2y\sin x = \sqrt{x}$;
2. $y''=3xy'$;
3. $y^2 y' = \sqrt{x}\ln y$;
4. $y''+\cos x = y^3$.

Задание № 36

Найти общее решение уравнения $y''-2y'+y=x^2+1$.

Задание № 37

Найти общее решение уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям

$$y'' + y' - 2y = 3e^{2x}, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 1, \; y_0' = 3.$$

Задание № 38

Найти 8-й член числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} tg\frac{\pi n}{6}$.

Задание № 39

Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n-4}{n+1}$.

Задание № 40

Найти разность двух комплексных чисел $z_1 = -\sqrt{2} - i$ и $z_2 = 1 - 2i$.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Экзамен и зачет с оценкой являются заключительным этапом процесса формирования компетенций обучающегося при изучении дисциплины и имеет целью проверку и оценку знаний обучающегося по теории и применению полученных знаний, умений и навыков при решении практических задач.

Экзамен и зачет с оценкой проводятся по расписанию, сформированному учебно-методическим управлением, в сроки, предусмотренные календарным учебным графиком.

Экзамен и зачет с оценкой принимаются преподавателем, ведущим лекционные занятия.

Экзамен и зачет с оценкой проводятся только при предъявлении обучающимся зачетной книжки и при условии выполнения всех контрольных мероприятий, предусмотренных учебным планом и рабочей программой дисциплины.

Обучающимся на экзамене и зачете с оценкой представляется право выбрать один из билетов. Время подготовки к ответу составляет 30 минут. По истечении установленного времени обучающийся должен ответить на вопросы экзаменационного билета.

Результаты экзамена и зачета с оценкой оцениваются по пятибалльной системе и заносятся в зачетно-экзаменационную ведомость и зачетную книжку. В зачетную книжку заносятся только положительные оценки. Подписанный преподавателем экземпляр ведомости сдаётся не позднее следующего дня в деканат.

В случае неявки обучающегося на экзамен в зачетно-экзаменационную ведомость делается отметка «не явка».

Обучающиеся, не прошедшие промежуточную аттестацию по дисциплине, должны ликвидировать академическую задолженность в установленном локальными нормативными актами Института порядке.