Автономная некоммерческая образовательная организация высшего образования «Воронежский экономико-правовой институт» (АНОО ВО «ВЭПИ»)

АНОО ВО "ВОРОНЕЖСКИЙ ЭКОНОМИКО-ПРАВОВОЙ ИНСТИТУТ", АНОО ВО "ВЭПИ", ВЭПИ

Подписано цифровой подписью: АНОО ВО "ВОРОНЕЖСКИЙ ЭКОНОМИКО-ПРАВОВОЙ ИНСТИТУТ", АНОО ВО "ВЭПИ", ВЭПИ
Дата: 2023.09.01 12:21:43 +03'00'

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по учебно-методической работе
__________ А.Ю. Жильников
«22» января 2018 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Б1.Б.11 Методы оптимальных решений
(наименование дисциплины (модуля))

38.03.01 Экономика
(код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) Финансы и кредит
(наименование направленности (профиля))

Квалификация выпускника Бакалавр
(наименование квалификации)

Форма обучения очная, заочная
(очная, очно-заочная, заочная)

Рекомендован к использованию Филиалами АНОО ВО «ВЭПИ»

Воронеж
2018

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной информатики.

Протокол от «17» января 2018 г. № 6

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) согласован со следующими представителями работодателей или их объединений, направление деятельности которых соответствует области профессиональной деятельности, к которой готовятся обучающиеся:

1. Заместитель директора филиала «Воронежский» ПАО КБ «Уральский Банк реконструкции и развития» Ретунская Е.Г. 19.01.2018

(должность, наименование организации, фамилия, инициалы, подпись, дата, печать)

2. Директор ООО КФ «Оланд» Кудрявцева А.А.

(должность, наименование организации, фамилия, инициалы, подпись, дата, печать)

Заведующий кафедрой Г.А. Курина

Разработчики:

Старший преподаватель М.М. Портнов

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОП ВО

Целью проведения дисциплины Б1.Б.11 Методы оптимальных решений является достижение следующих результатов обучения:

Код компетенции	Наименование компетенции
ОК-3	способностью использовать основы экономических знаний в различных сферах деятельности
ОПК-3	способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы
ОПК-4	способностью находить организационно-управленческие решения в профессиональной деятельности и готовность нести за них ответственность

В формировании данных компетенций также участвуют следующие дисциплины (модули), практики и ГИА образовательной программы (по семестрам (курсам) их изучения):

- для очной формы обучения:

Наименование дисциплин (модулей), практик, ГИА	Этапы формирования компетенций по семестрам изучения							
	1 сем.	2 сем.	3 сем.	4 сем.	5 сем.	6 сем.	7 сем.	8 сем.
Математический анализ	ОПК-3	ОПК-3						
Линейная алгебра	ОПК-3	ОПК-3						
Теория вероятностей и математическая статистика			ОК-3, ОПК-3					
Статистика				ОК-3				
Финансы					ОК-3			
Мировая экономика и международные экономические отношения						ОК-3		
Менеджмент						ОПК-3, ОПК-4		
Маркетинг				ОК-3, ОПК-3				
История финансов и возникновения денег			ОК-3					
Информатика	ОПК-3							
Информационные технологии в экономике					ОПК-3	ОПК-3		
Государственные и муниципальные финансы						ОПК-4		
Финансовый менеджмент					ОПК-4	ОПК-4		
Налоговая система Российской Федерации					ОК-3	ОК-3		
Финансово-экономический анализ							ОПК-4	
Управленческий анализ в отраслях							ОПК-4	
Финансовый анализ							ОПК-3	ОПК-3
Учет и анализ банкротств							ОПК-3	ОПК-3
1С: Бухгалтерия			ОПК-3					
Лабораторный практикум по статистике			ОПК-3					
Учебная практика (Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности)				ОК-3,				
Производственная практика (преддипломная практика)								ОПК-3, ОПК-4
Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена								ОК-3
Защита выпускной квалификационной								ОК-3,

работы, включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты								ОПК-3, ОПК-4
Права человека					ОК-3			
Подготовка публичной защиты ВКР								ОК-3

- для заочной формы обучения:

Наименование дисциплин (модулей), практик, ГИА	Этапы формирования компетенций по семестрам изучения				
	1 курс	2 курс	3 курс	4 курс	5 курс
Математический анализ	ОПК-3				
Линейная алгебра	ОПК-3				
Теория вероятностей и математическая статистика		ОК-3, ОПК-3			
Статистика		ОК-3			
Финансы			ОК-3		
Мировая экономика и международные экономические отношения				ОК-3	
Менеджмент			ОПК-3, ОПК-4		
Маркетинг			ОК-3, ОПК-3		
История финансов и возникновения денег			ОК-3		
Информатика	ОПК-3				
Информационные технологии в экономике				ОПК-3	
Государственные и муниципальные финансы				ОПК-4	
Финансовый менеджмент				ОПК-4	
Налоговая система Российской Федерации			ОК-3	ОК-3	
Финансово-экономический анализ					ОПК-4
Управленческий анализ в отраслях					ОПК-4
Финансовый анализ					ОПК-3
Учет и анализ банкротств					ОПК-3
1С: Бухгалтерия			ОПК-3		
Лабораторный практикум по статистике			ОПК-3		
Учебная практика (Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности)			ОК-3		
Подготовка к сдача и сдача государственного экзамена					ОК-3
Производственная практика (преддипломная практика)					ОПК-3, ОПК-4
Защита выпускной квалификационной работы, включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты					ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
Права человека			ОК-3		
Подготовка публичной защиты ВКР					ОК-3

Этап дисциплины (модуля) Б1.Б.11 Методы оптимальных решений в формировании компетенций соответствует:

- для очной формы обучения – 3 семестру;
- для заочной формы обучения – 3 курсу.

2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, шкалы оценивания

Показателями оценивания компетенций являются следующие результаты обучения:

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ОК-3	Знать: основные математические методы оптимальных решений в теории математического программирования и исследовании операций Уметь: усвоить практические навыки составления математической модели задачи по ее экономической постановке, выбору метода решения задачи, содержательной интерпретации полученного результата Владеть: навыками формирования математического подхода и развития логического мышления при решении практических задач в сфере экономики.
ОПК-3	Знать: основы математического инструментария обработки экономических данных для решения организационно-управленческих задач Уметь: применять инструментарий математического анализа и моделирования для решения поставленных задач. Владеть: навыками выбора математического инструментария для решения экономических задач и обоснования полученных выводов
ОПК-4	Знать: основы математического анализа организационно-управленческих решений Уметь: применять математические методы и приемы для выбора организационно-управленческих решений Владеть: навыками математического анализа организационно-управленческие решения

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины (модуля):

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенции (части компетенций)	Критерии оценивания	Оценочные средства текущего контроля успеваемости	Шкала оценивания
1	Тема 1. Общая постановка задачи линейного программирования	ОК-3, ОПК-3	Знать: - примеры экономических задач Уметь: - приводить примеры экономических задач Владеть: - задачами линейного программирования	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
2	Тема 2. Симплексный метод	ОК-3, ОПК-3	Знать: - каноническую форму задачи линейного программирования Уметь: - формулировать теорему линейного программирования Владеть: - алгоритмом решения задачи линейного программирования	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
3	Тема 3. Двойственность в линейном программировании	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	Знать: - прямую и двойственную задачи Уметь: - вести двойственные оценки Владеть: - двойственными симплекс-таблицами	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
4	Тема 4.	ОК-3, ОПК-3,	Знать:	Устный опрос,	«Зачтено»

	Транспортная задача	ОПК-4	- экономико-математическую модель транспортной задачи Уметь: - формулировать методы построения первоначального опорного плана. Владеть: - алгоритмом решения транспортной задачи методом потенциалов.	доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Не зачтено»
5	Тема 5. Целочисленное программирование	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	Знать: - Графический метод Уметь: - формулировать задачи целочисленного программирования Владеть: - графическим методом решения задач	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
6	Тема 6. Параметрическое линейное программирование	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	Знать: - линейное программирование Уметь: - определять диапазон оптимального решения Владеть: - транспортной параметрической задачей.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
7	Тема 7. Матричные игры	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	Знать: - матричные игры Уметь: - находить решение игры графическим способом. Владеть: - играми в условиях риска.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
8	Тема 8. Нелинейное программирование	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	Знать: - постановку задачи нелинейного программирования. Уметь: - применять графический метод решения задачи Владеть: - дробно-линейным программированием	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
9	Тема 9. Динамическое программирование	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	Знать: - уравнения Беллмана Уметь: - применять уравнения Беллмана Владеть: - постановкой задачи динамического программирования	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
10	Тема 10. Элементы теории графов	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	Знать: - основные понятия теории графов	Устный опрос, доклады, тесты,	«Зачтено» «Не зачтено»

			Уметь: - применять теорию графов Владеть: - построением минимального остовного дерева.	решение ситуационных задач	
11	Тема 11. Задача о коммивояжере	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	Знать: - формулировку задачи о коммивояжере Уметь: - приводить примеры построения минимального гамильтонового цикла. Владеть: - задачами о коммивояжере	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
12	Тема 12. Сетевое планирование	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	Знать: - задачу сетевого планирования. Уметь: - применять алгоритм вычисления временных характеристик Владеть: - Алгоритмом вычисления временных характеристик	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
ИТОГО			Форма контроля	Оценочные средства промежуточной аттестации	Шкала оценивания
			Экзамен	Письменный ответ на билет	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»

Критерий оценивания устного ответа:

Зачтено – хорошее знание основных терминов и понятий курса, последовательное изложение материала курса, умение формулировать некоторые обобщения по теме вопросов, достаточно полные ответы на вопросы, умение использовать фундаментальные понятия из базовых дисциплин при ответе.

Не зачтено – не выполнены требования, соответствующие оценке «зачтено».

2. Критерии оценивания доклада:

Зачтено – содержание основано на глубоком и всестороннем знании темы, изученной литературы, изложено логично, аргументировано и в полном объеме, основные понятия, выводы и обобщения сформулированы убедительно и доказательно, возможны недостатки в систематизации или в обобщении материала, неточности в выводах, основные категории применяются для изложения материала.

Не зачтено – не выполнены требования, соответствующие оценке «зачтено».

3. Критерии оценивания тестирования:

Оценка «отлично» – 86 % – 100 % правильных ответов.

Оценка «хорошо» – 70 % – 85 % правильных ответов.

Оценка «удовлетворительно» – 51 % – 69 % правильных ответов.

Оценка «неудовлетворительно» – 50 % и менее правильных ответов.

4. Критерии оценивания решения ситуационных задач:

Зачтено – ответ на вопрос задачи дан правильный, объяснение хода её решения подробное, последовательное, грамотное, с теоретическими обоснованиями или решение подробное, но недостаточно логичное, с единичными ошибками в деталях, некоторыми затруднениями в теоретическом обосновании, или ответ на вопрос задачи дан правильный, объяснение хода её решения недостаточно полное, непоследовательное, с ошибками, слабым теоретическим обоснованием.

Не зачтено – не выполнены требования, соответствующие оценке «зачтено».

5. Критерии оценивания ответа на экзамене:

Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал знание основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образования, умение показать уровень сформированности практических профессиональных умений и навыков, способность четко и аргументировано отвечать на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал недостаточно полное знание основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образования, проявил неявное умение продемонстрировать уровень сформированности практических профессиональных умений и навыков, давал не всегда четкие и логичные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал неглубокие знания основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образования, а также испытывал существенные затруднения при ответе на дополнительные вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал отсутствие знаний основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образования при ответе на вопросы билета.

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,

характеризующих этапы формирования компетенций

1 ЭТАП – Текущий контроль освоения дисциплины

3.1. «Вопросы для устного опроса»:

1. Привести примеры экономических задач, приводящих к задачам линейного программирования.
2. Сформулировать общую задачу линейного программирования.
3. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.
4. Каноническая форма задачи линейного программирования.
5. Основная теорема линейного программирования.
6. Целенаправленный переход от одного решения к другому с помощью симплекс-таблиц.
7. Алгоритм решения задачи линейного программирования симплекс-методом.
8. Прямая и двойственная задачи (примеры экономических задач).
9. Двойственные симплекс-таблицы.
10. Экономико-математическая модель транспортной задачи.
11. Методы построения первоначального опорного плана.
12. Признак оптимальности опорного решения транспортной задачи.
13. Алгоритм решения транспортной задачи методом потенциалов.
14. Формулировка задачи целочисленного программирования.
15. Графический метод решения задач целочисленного программирования.
16. Линейное программирование с параметром в целевой функции.
17. Определение диапазона оптимального решения выпуска продукции при изменении условий реализации.
18. Транспортная параметрическая задача.
19. Игра как модель конфликтной ситуации.
20. Игра с седловой точкой.
21. Решение игры графическим способом.
22. Игры в условиях риска.
23. Общая постановка задачи нелинейного программирования.
24. Графический метод решения задачи нелинейного программирования.
25. Дробно-линейное программирование.
26. Постановка задачи динамического программирования.
27. Уравнения Беллмана.
28. Основные понятия теории графов.
29. Типы графов.
30. Способы задания графа, орграфа.
31. Формулировка задачи о коммивояжере.
32. Примеры построения минимального гамильтонового цикла.

33. Задача о кратчайшем пути между вершинами графа.
34. Задача сетевого планирования.
35. Основные требования к сетевому графику.
36. Ранние и поздние сроки начала и окончания работ.
37. Алгоритм вычисления временных характеристик.

3.2. Примерный перечень тем докладов и сообщений:

Тема 1. Общая постановка задачи линейного программирования.

1. Постановка и решение задач линейного программирования
2. Формы записи задачи линейного программирования
3. Основные виды экономических задач, сводящихся к ЗЛП
4. Геометрический метод решения задач линейного программирования

Тема 3. Двойственность в линейном программировании

1. Двойственная ЗЛП. Алгоритм построения двойственной задачи.
2. Основные теоремы двойственности. Свойства прямой и двойственной задач.

Тема 4. Транспортная задача

1. Экономико-математическая модель транспортной задачи
2. Нахождение первоначального опорного плана: метод северо-западного угла и метод наименьших затрат.
3. Решение транспортной задачи методом потенциалов

Тема 7. Матричные игры

1. Основные идеи и примеры теории игр. Антагонистические игры: цена игры, решение игры, седловые точки. Существование цены игры.
2. Решение игры с платежной матрицей 2x2.
3. Решение игры сведением платежной матрицы к матрице размером 2x2.
4. Решение игры с использованием линейного программирования.

Тема 8. Нелинейное программирование

1. Формулировка задачи нелинейного программирования
2. Необходимые и достаточные условия экстремумов. Теорема Вейерштрасса
3. Метод множителей Лагранжа
4. Геометрический метод решения нелинейных оптимизационных задач.

Тема 9. Динамическое программирование

1. Общая постановка задачи динамического программирования
2. Схема решения задачи динамического программирования о распределении ресурсов между предприятиями.

Тема 10. Элементы теории графов
1. Основные понятия теории графов. Типы графов. Способы задания графа, орграфа.
2. Задача о кратчайшем пути между вершинами графа. Эйлеровы и гамильтоновы графы.
3. Задача о коммивояжере

Тема 12. Сетевое планирование
1. Сетевая модель и ее основные элементы
2. Числовые характеристики сетевого графика
3. Элементы теории массового обслуживания
4. Компоненты и классификация моделей массового обслуживания

Задания закрытого типа (Тестовые задания)

Номер вопроса и проверка сформированной компетенции

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
1	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	19	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
2	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	20	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
3	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	21	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
4	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	22	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
5	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	23	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
6	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	24	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
7	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	25	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
8	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	26	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
9	ОК-3, ОПК-3,	27	ОК-3, ОПК-3,

	ОПК-4		ОПК-4
10	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	28	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
11	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	29	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
12	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	30	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
13	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	31	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
14	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	32	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
15	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	33	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
16	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	34	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
17	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	35	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
18	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	36	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4

Ключ ответов

Тема 1. № вопроса	Верный ответ	Тема 2. № вопроса	Верный ответ	Тема 3. № вопроса	Верный ответ	Тема 4. № вопроса	Верный ответ
1	2	4	1,4	7	1–В; 2–Г; 3–Б; 4–А	10	3
2	4	5	1	8	2,1,4,3	11	4
3	1	6	3	9	1–Б; 2–В; 3–Г; 4–В	12	2

Ключ ответов

Тема 5. № вопроса	Верный ответ	Тема 6. № вопроса	Верный ответ	Тема 7. № вопроса	Верный ответ	Тема 8. № вопроса	Верный ответ
13	4	16	1	19	4	22	4
14	1	17	1	20	1,4	23	2
15	1,3	18	2	21	1–Б; 2–А; 3–Г; 4–В	24	1–Б; 2–В; 3–Г; 4–А

Ключ ответов

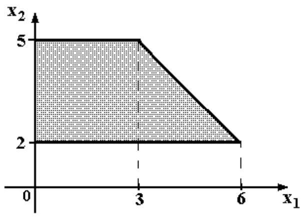
Тема 9. № вопроса	Верный ответ	Тема 10. № вопроса	Верный ответ	Тема 11. № вопроса	Верный ответ	Тема 12. № вопроса	Верный ответ
25	1	28	2	31	1	34	1,3
26	2,4	29	3	32	3	35	2,4
27	3	30	1–Б; 2–Г; 3–А; 4–В	33	3,2,1,4	36	3

Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля по темам дисциплины:

Тема 1. Общая постановка задачи линейного программирования

Задание № 1

Область допустимых решений задачи линейного программирования имеет вид:

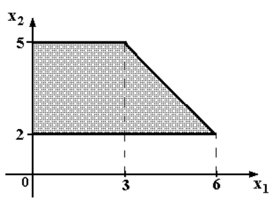


Тогда максимальное значение функции $z = x_1 + 2x_2$ равно …

1. 11;
2. 13;
3. 10;
4. 14.

Задание № 2

Область допустимых решений задачи линейного программирования имеет вид:



Тогда максимальное значение функции $z = 2x_1 + x_2$ равно …

1. 10;
2. 15;
3. 11;

4. 14.

Задание № 3

Вектор градиента при решении задачи линейного программирования геометрическим методом имеет вид:

$$3x_1 - x_2 \to \max;$$
$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \le 10; \\ x_1 - x_2 \ge 1; \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0.$$

1. (3; -1);
2. (2; 5);
3. (10; 1);
4. (0; 1).

Тема 2. Симплексный метод

Задание № 4

План, удовлетворяющий системе ограничений задачи, называется …

1. допустимым;
2. оптимальным;
3. эффективным;
4. опорным.

Задание № 5

Симплексный метод решения задач линейного программирования используется для решения:

1. неканонической задачи с двумя переменными;
2. канонической задачи с двумя переменными;
3. неканонической задачи с тремя переменными;
4. канонической задачи с любым числом переменных.

Задание № 6

Симплексный метод – это:

1. алгоритм, который используется для решения целочисленных задач параметрического программирования;
2. алгоритм, который используется для решения целочисленных задач линейного программирования;
3. метод, который используется для решения задач линейного программирования;

4. метод, который используется для решения задач динамического программирования.

Тема 3. Двойственность в линейном программировании

Задание № 7

Установить соответствие между свойствами двойственной задачи.

Столбец 1		Столбец 2	
1	Если прямая задача на минимум	А	то ее система ограничений представляется в виде неравенств типа ≤
2	Число ограничений прямой задачи равно	Б	равно числу переменных прямой
3	Число ограничений двойственной	В	ее система ограничений имеет вид неравенств типа ≥
4	Если прямая задача на максимум	Г	числу переменных двойственной

Задание № 8

Составьте верную последовательность операций при составлении двойственной задачи:

1. составить расширенную матрицу из коэффициентов при переменных системы ограничений, столбца свободных членов и строки коэффициентов целевой функции;
2. проверить соответствие задачи стандартному виду;
3. сформулировать двойственную задачу;
4. транспонировать полученную матрицу.

Задание № 9

Установить соответствие между свойствами двойственной задачи.

Столбец 1		Столбец 2	
1	Если прямая задача на максимум	А	являются свободными членами ограничений двойственной задачи
2	Коэффициенты c_i целевой функции прямой задачи	Б	то двойственная к ней — на минимум, и наоборот
3	Свободные члены b_i ограничений прямой задачи	В	являются транспонированными друг к другу
4	Матрицы ограничений прямой и двойственной задач	Г	являются коэффициентами целевой функции двойственной

Тема 4. Транспортная задача

Задание № 10

Дана транспортная задача:

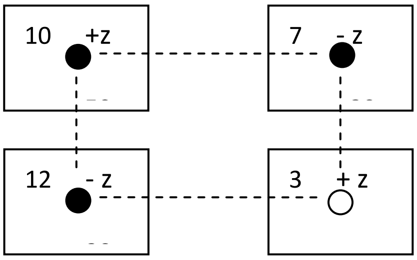
Предложение\Спрос	200	Z	170
380	a_{11}	a_{12}	a_{13}
210	a_{21}	a_{22}	a_{23}

При каком значении Z транспортная задача будет закрытой:

1. 130;
2. 185;
3. 220;
4. 210.

Задание № 11

Поставка Z в распределительном методе решения транспортной задачи по приведенной схеме равна:



1. 30;
2. 3;
3. 7;
4. 20.

Задание № 12

Циклом в транспортной задаче мы будем называть …

1. несколько занятых клеток, соединённых замкнутой ломанной линией, которая в каждой клетке совершает поворот на 45°;
2. несколько занятых клеток, соединённых замкнутой ломанной линией, которая в каждой клетке совершает поворот на 90°;
3. несколько занятых клеток, соединённых замкнутой ломанной линией, которая в каждой клетке совершает поворот на 30°;
4. несколько занятых клеток, соединённых замкнутой ломанной линией, которая в каждой клетке совершает поворот на 120°.

Тема 5. Целочисленное программирование

Задание № 13

Даны функции спроса $q = \frac{p+8}{p+1}$ и предложения $s = 2p + 2{,}5$, где р – цена товара. Тогда равновесная цена равна …

1. 2,75;
2. 5,5;
3. 4,5;
4. 1.

Задание № 14

Алгоритм Гомори – это:

1. алгоритм, который используется для решения полностью целочисленных задач линейного программирования;
2. алгоритм, который используется для решения частично целочисленных задач линейного программирования;
3. алгоритм, который используется для решения нелинейный оптимизационных задач;
4. алгоритм, который используется для решения параметрических оптимизационных задач.

Задание № 15

Какие методы применяются для решения задач целочисленного программирования?

1. Метод Гомори;
2. Метод Гаусса;
3. Метод ветвей и границ;
4. Метод спуска.

Тема 6. Параметрическое линейное программирование

Задание № 16

Допустимый план, доставляющий функции цели экстремальное значение, называется…

1. оптимальным;
2. условным;
3. универсальным;
4. допустимым.

Задание № 17

Функцию, экстремальное значение которой нужно найти в условиях экономических возможностей, называют ...

1. целевой;
2. экстремальной;
3. максимальной;
4. условной.

Задание № 18

Целевая функция – это:

1. графическая схема процесса;
2. математическое выражение, отражающее выбранный критерий эффективности функционирования исследуемой системы в её математической модели;
3. модель исследуемой системы, содержащая требуемый параметр, который оценивают на основе имеющихся эмпирических данных с помощью того или иного статистического метода.
4. знаковая система, используемая для представления знаний.

Тема 7. Матричные игры

Задание № 19

Нижняя цена матричной игры задана платежной матрицей $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$, равна …

1. 4;
2. 4;
3. 2;
4. 3.

Задание № 20

Матрица выигрышей в игре с природой имеет вид: …

$$\left(\begin{array}{c|c|c} & P(Q_1)=0{,}8 & P(Q_2)=0{,}2 \\ \hline a_1 & 1 & 5 \\ a_2 & 2 & 4 \\ a_3 & 3 & 2 \\ a_4 & 4 & 1 \end{array}\right)$$

Тогда оптимальной байесовской стратегией является …

1. $a_{1;}$
2. a_2;
3. a_3;
4. a_4.

Задание № 21

Установите соответствие между платежной матрицей и ее ценой игры.

Столбец 1		Столбец 2	
1	$\begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 17 & 10 \end{pmatrix}$	А	3,5
2	$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$	Б	11,75
3	$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$	В	2,5
4	$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$	Г	1,5

Тема 8. Нелинейное программирование

Задание № 22

Функция полезности потребителя имеет вид $u = \sqrt{xy}$. Цена на благо x равна 20, на благо y равна 10, доход потребителя равен 200. Тогда оптимальный набор благ потребителя имеет вид …

1. x = 0; y = 20;
2. x = 10; y = 1;
3. x = 8; y = 4;
4. x = 5; y = 10.

Задание № 23

Дана функция полезности $u = 2x + 6\sqrt{y}$. Тогда кривая безразличия задается уравнением …

1. $\frac{x}{6\sqrt{y}} = C$;
2. $2x + 6\sqrt{y} = C$;
3. $6x\sqrt{y} = C$;
4. $1 + \frac{3}{\sqrt{y}} = C$.

Задание № 24

Установите соответствие между видами программирования и их понятиями.

Столбец 1		Столбец 2	
1	Целочисленное программирование	А	– метод достижения наилучшего результата (такого как максимальная прибыль или наименьшие затраты)

			в математической модели, требования которой представлены линейными соотношениями.
2	Динамическое программирование	Б	– это задача математической оптимизации или выполнимости, в которой некоторые или все переменные должны быть целыми числами.
3	Параметрическое программирование	В	– способ решения сложных задач путём разбиения их на более простые подзадачи.
4	Линейное программирование	Г	-это разновидность математической оптимизации, при которой задача оптимизации решается как функция одного или нескольких параметров.

Тема 9. Динамическое программирование

Задание № 25

Математическая модель задачи – это …

1. отражение оригинала в виде функций, уравнений, неравенств, цифр и т. д.;
2. методы и модели линейного программирования;
3. прибыль, объем выпуска или реализации, затраты производства, издержки обращения, уровень обслуживания или дефицитности, число комплектов, отходы и т. д.
4. графическая схема объекта.

Задание № 26

Какую задачу нельзя решать методами динамического программирования:

1. разработка правил управления запасами;
2. распределение инвестиций между предприятиями;
3. разработка принципов календарного планирования производства;
4. определения оптимального ассортимента продукции.

Задание № 27

Какой принцип заложен в основе динамического программирования?

1. Принцип оптимальности Колмогорова;
2. Принцип оптимальности Контровича;
3. Принцип оптимальности Беллмана;
4. Принцип оптимальности Фехнера.

Тема 10. Элементы теории графов

Задание № 28

Вероятностная модель - это:

1. математическая модель;
2. математическая модель реального явления, содержащего элементы случайности;
3. статистическая модель;
4. вероятностно-статистическая модель

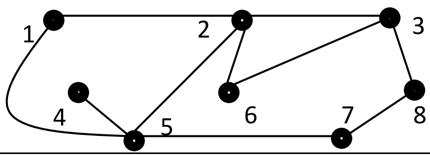
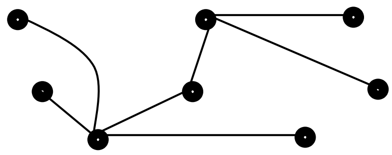
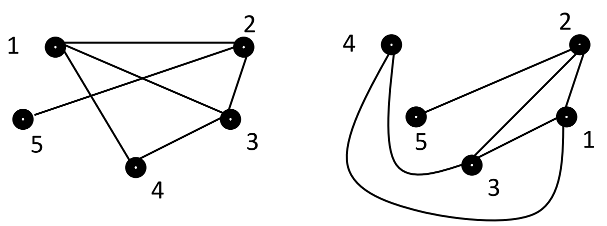
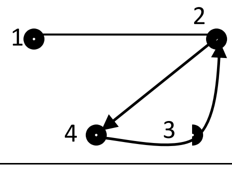
Задание № 29

Два графа G и G' называются *изоморфными*, если..

1. если пары вершин (x_i, x_j) в множестве U являются неупорядоченными;
2. если для него можно найти такой изоморфный граф, ребра которого не пересекаются;
3. они имеют одни и те же множества вершин $X = \{x_1, ..., x_n\}$ и множества ребер (дуг) $U = \{u_1, ..., u_m\}$, но изображены по разному статистическая модель;
4. если пары вершин (x_i, x_j) в множестве U являются упорядоченными.

Задание № 30

Установите соответствие между графами и их видами

Столбец 1		Столбец 2	
1		А	Изоморфные графы
2		Б	Неориентированный граф
3		В	Смешанный граф
4		Г	Дерево

Тема 11. Задача о коммивояжере

Задание № 31

Эмпирическая модель – математическая модель,…

1. содержащая числовые параметры, значения которых обоснованы данными опыта или наблюдения;
2. содержащая числовые параметры, значения которых обоснованы теоретически;
3. содержащая числовые параметры, значения которых обоснованы наиболее существенными взаимосвязями и закономерностями поведения управляемой системы в математической форме;
4. содержащая качественные параметры, значения которых обоснованы стохастически.

Задание № 32

Математические основы решение задачи коммивояжера составляют…

1. понятия теории функций;
2. понятия теории матриц;
3. понятия теории графов;
4. понятия теории логарифмов.

Задание № 33

Составьте верную последовательность классической постановки задачи о коммивояжере.

1. коммивояжер должен побывать во всех городах по 1 разу;
2. выезжая из исходного города А1;
3. Имеется N городов;
4. и вернуться в город А1.

Тема 12. Сетевое планирование

Задание № 34

В системах с ограниченным ожиданием может ограничиваться:

1. длина очереди;
2. число каналов;
3. время пребывания в очереди
4. время остановки.

Задание № 35

Анализ сетевой модели осуществляется …

1. в дифференциальной форме;

2. в графической форме;
3. в функциональной форме;
4. в табличной форме.

Задание № 36

Математический аппарат сетевых моделей базируется на …

1. интегральном исчислении;
2. на теории игр;
3. теории графов;
4. дифференциальном исчислении.

Задания открытого типа (типовые задания, ситуационные задачи)

Номер вопроса и проверка сформированной компетенции

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
1	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	23	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
2	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	24	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
3	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	25	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
4	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	26	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4

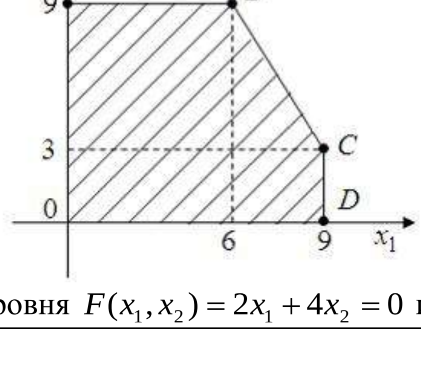
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
5	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	27	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
6	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	28	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
7	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	29	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
8	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	30	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
9	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	31	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
10	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	32	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4

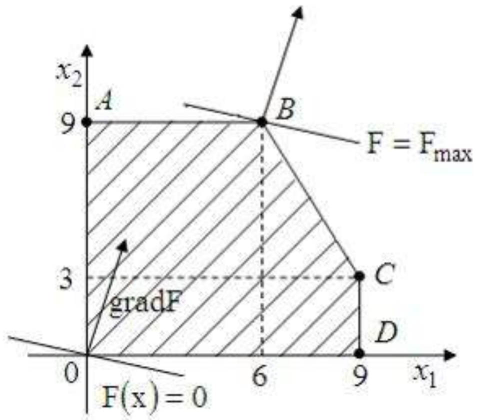
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
11	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	33	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
12	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	34	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
13	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	35	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
14	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	36	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
15	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	37	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
16	ОК-3,	38	ОК-3,

	ОПК-3, ОПК-4		ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
17	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	39	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
18	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	40	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
19	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	41	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
20	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	42	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
21	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	43	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3,		ОК-3, ОПК-3,

	ОПК-4		ОПК-4
22	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	44	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4

Ключ ответов к заданиям открытого типа

№ вопроса	Верный ответ
1	1. С учетом системы ограничений строим область допустимых решений Ω 2. Строим вектор $\vec{c}=(c_1,c_2)$ наискорейшего возрастания целевой функции — вектор градиентного направления. 3. Проводим произвольную линию уровня $Z=Z_0$ 4. При решении задачи на максимум перемещаем линию уровня $Z=Z_0$ в направлении вектора c так, чтобы она касалась области допустимых решений в ее крайнем положении (крайней точке). В случае решения задачи на минимум линию уровня $Z=Z_0$ перемещают в антиградиентном направлении 5. Определяем оптимальный план $\vec{x}^*=(x_1^*,x_2^*)$ и экстремальное значение целевой функции $Z^*=z(\vec{x}^*)$.
2	Построим область допустимых решений из системы ограничений, находя последовательно множество решений каждого из неравенств. Неравенство $2x_1+x_2\le 21$ задаёт полуплоскость, ограниченную снизу (справа) прямой $2x_1+x_2=21$ (BC). Прямая $2x_1+x_2=21$ проходит через точки $(6;\ 9)$ и $(9;\ 3)$. Неравенство $x_1\le 9$ задаёт полуплоскость, ограниченную сверху прямой $x_1=9$. Прямая $x_1=9$ (CD) проходит через точки $(9;\ 0)$ и $(9;\ 3)$. Неравенство $x_2\le 9$ задаёт полуплоскость, ограниченную сверху прямой $x_2=9$. Прямая $x_2=9$ (AB) проходит через точки $(0;\ 9)$ и $(6;\ 9)$. Неравенства $x_1\ge 0$ и $x_2\ge 0$ ограничивают множество допустимых решений I-ой координатной четвертью.  Построим линию уровня $F(x_1,x_2)=2x_1+4x_2=0$ и градиент целевой

<table>
<tr><td></td><td>функции $\vec{c} = (\partial F / \partial x_1, \partial F / \partial x_2) = (2;4)$. Тогда целевая функция будет принимать максимальное значение в точке «выхода» линии уровня из области допустимых решений в направлении градиента. Это точка $B(6;9)$


Следовательно, $F_{\max} = F(6;9) = 1 \cdot 6 + 4 \cdot 9 = 42$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>1) Модель задачи математического программирования включает:
2) совокупность неизвестных величин, действуя на которые, систему можно совершенствовать. Их называют планом задачи;
3) целевую функцию, экстремальное значение которой нужно найти в условиях экономических возможностей. Целевая функция позволяет выбирать наилучший вариант - из множества возможных. Это может быть прибыль, объем выпуска или реализации, затраты производства, издержки обращения;
4) Экономические возможности формализуются в виде системы ограничений, которые следуют из условий производственных и технологических процессов.</td></tr>
<tr><td>4</td><td>ЗЛП с двумя переменными и в неканонической форме можно решить графически.</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Пусть x_1, x_2, x_3, x_4 - объёмы продукции $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4$, планируемый к выпуску; Z - сумма ожидаемой выручки.
Математическая модель прямой задачи:
$\max Z = 65x_1 + 70x_2 + 60x_3 + 120x_4;$
$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 8x_4 \le 4800, \\ 2x_1 + 10x_2 + 6x_3 \le 2400, \\ x_1 + 2x_3 + x_4 \le 1500, \end{cases}$
$x_j \ge 0 \qquad (j = 1,...,4)$</td></tr>
<tr><td>6</td><td>Математическая модель двойственной задачи:
$\min f = 4800y_1 + 2400y_2 + 1500y_3;$
$\begin{cases} 4y_1 + 2y_2 + y_3 \ge 65, \\ 2y_1 + 10y_2 \ge 70, \\ 2y_1 + 6y_2 + 2y_3 \ge 60, \\ 8y_1 + y_3 \ge 120, \end{cases}$
$y_1 \ge 0 \quad (i = 1,...,3)$</td></tr>
<tr><td>7</td><td>1. Если прямая задача на максимум, то двойственная к ней — на минимум, и наоборот.
2. Коэффициенты c_i целевой функции прямой задачи являются свободными членами ограничений двойственной задачи.</td></tr>
</table>

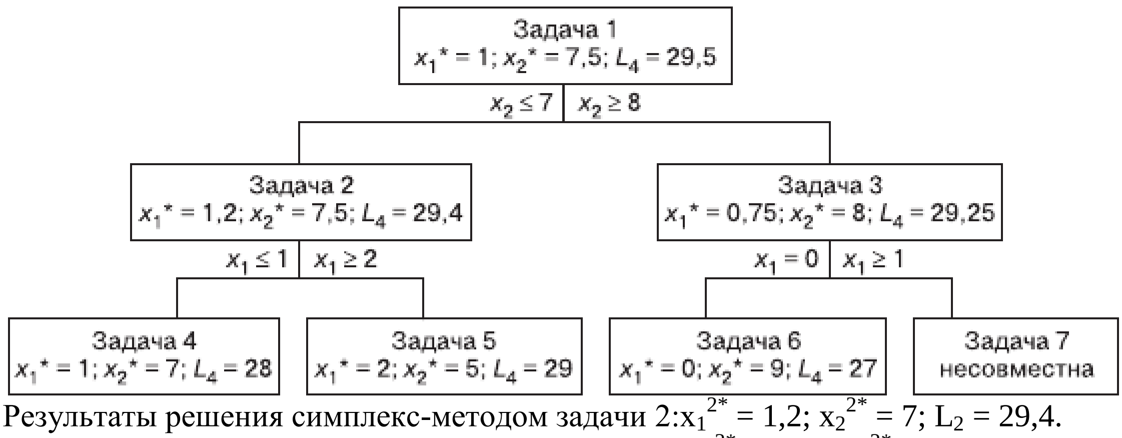
<table>
<tr><td></td><td>3. Свободные члены b_i ограничений прямой задачи являются коэффициентами целевой функции двойственной.
4. Матрицы ограничений прямой и двойственной задач являются транспонированными друг к другу.
5. Если прямая задача на максимум, то ее система ограничений представляется в виде неравенств типа $\le$. Двойственная задача решается на минимум, и ее система ограничений имеет вид неравенств типа $\ge$.
6. Число ограничений прямой задачи равно числу переменных двойственной, а число ограничений двойственной — числу переменных прямой.
7. Все переменные в обеих задачах неотрицательны.</td></tr>
<tr><td>8</td><td>Если для некоторых допустимых планов $\vec{x}^*$ и $\vec{y}^*$ пары двойственных задач выполняется неравенство $z(\vec{x}^*) = f(\vec{y}^*)$, то $\vec{x}^*$ и $\vec{y}^*$ являются оптимальными планами соответствующих задач.</td></tr>
<tr><td>9</td><td>Теорема (малая теорема двойственности).
Для существования оптимального плана любой из пары двойственных задач необходимо и достаточно существование допустимого плана для каждой из них.</td></tr>
<tr><td>10</td><td>Данная транспортная задача является закрытой, так как запасы поставщиков 800+900+600=2300 равны спросу потребителей 300+600+650+750=2300.</td></tr>
<tr><td>11</td><td>Математическая модель ЗЛП в данном случае имеет вид:
x_{ij}; $i = 1,2,3$; $j = 1,2,3,4$ - количество щебенки, перевозимой с i – го карьера на j – й объект. Тогда целевая функция равна

$$8x_{11} + 4x_{12} + x_{13} + 7x_{14} + 3x_{21} + 6x_{22} + 7x_{23} + 3x_{24} + \\ + 6x_{31} + 5x_{32} + 11x_{33} + 8x_{34} \to \min .$$

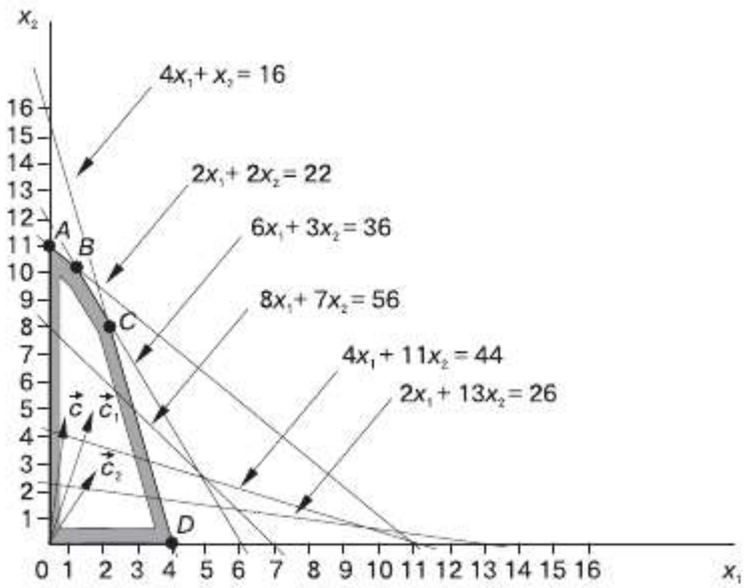
Ограничения имеют вид

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 800; \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 900; \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 600; \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 300; \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 600; \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 650; \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 750; \end{cases}$$

$$x_{ij} \ge 0.$$
</td></tr>
<tr><td>12</td><td>
<table>
<tr><th></th><th>B_1</th><th>B_2</th><th>B_3</th><th>B_4</th><th>B_5</th><th>Запасы a_i</th></tr>
<tr><td>A_1</td><td>10
18</td><td>8
27</td><td>5
3</td><td>6</td><td>9</td><td>48</td></tr>
<tr><td>A_2</td><td>6</td><td>7</td><td>8
30</td><td>6</td><td>5</td><td>30</td></tr>
<tr><td>A_3</td><td>8</td><td>7</td><td>10
9</td><td>8
12</td><td>7
6</td><td>27</td></tr>
<tr><td>A_4</td><td>7</td><td>5</td><td>4</td><td>6</td><td>8
20</td><td>20</td></tr>
<tr><td>Заявки b_j</td><td>18</td><td>27</td><td>42</td><td>12</td><td>26</td><td>125</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>13</td><td>
<table>
<tr><th></th><th>B_1</th><th>B_2</th><th>B_3</th><th>B_4</th><th>B_5</th><th>Запасы a_i</th></tr>
<tr><td>A_1</td><td>10</td><td>8</td><td>5</td><td>6</td><td>9</td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>
<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>42</td><td>6</td><td></td><td>48</td></tr>
<tr><td>A_2</td><td>6
4</td><td>7</td><td>8</td><td>6</td><td>5
26</td><td>30</td></tr>
<tr><td>A_3</td><td>8</td><td>7
27</td><td>10</td><td>8</td><td>7
0</td><td>27</td></tr>
<tr><td>A_4</td><td>7
14</td><td>5</td><td>4</td><td>6
6</td><td>8</td><td>20</td></tr>
<tr><td>Заявки b_j</td><td>18</td><td>27</td><td>42</td><td>12</td><td>26</td><td>125</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>14</td><td>
1. Взять любой опорный план перевозок, в котором отмечены $m + n - 1$ базисных клеток (остальные клетки свободные).
2. Определить для этого плана платежи (α_i и β_j) исходя из условия, чтобы в любой базисной клетке псевдостоимости были равны стоимостям. Один из платежей можно назначить произвольно, например, положить равным нулю.
3. Подсчитать псевдостоимости $\check{c}_{i,j} = \alpha_i + \beta_j$ для всех свободных клеток. Если окажется, что все они не превышают стоимостей, то план оптимален.
4. Если хотя бы в одной свободной клетке псевдостоимость превышает стоимость, следует приступить к улучшению плана путём переброски перевозок по циклу, соответствующему любой свободной клетке с отрицательной ценой (для которой псевдостоимость больше стоимости).
5. После этого заново подсчитываются платежи и псевдостоимости, и, если план ещё не оптимален, процедура улучшения продолжается до тех пор, пока не будет найден оптимальный план.
</td></tr>
<tr><td>15</td><td>
В результате решения задачи симплекс-методом найдем оптимальное решение:
$x_1^{1*} = 1$; $x_2^{1*} = 7{,}5$, $L_1 = 29{,}5$,
где верхний индекс переменных – номер задачи.
В полученном решении $x_2 = 7{,}5$ – нецелочисленное. Поэтому для дальнейшего решения составляем две новые задачи с различными граничными условиями.
Задача 2:
$\max L = 7x_1 + 3x_2$;
$5x_1 + 2x_2 \le 20$;
$8x_1 + 4x_2 \le 38$;
$x_1 \ge 0$;
$0 \le x_2 \le 7$.
Задача 3:
$\max L = 7x_1 + 3x_2$;
$5x_1 + 2x_2 \le 20$;
$8x_1 + 4x_2 \le 38$;
$x_1 \ge 0$;
$x_2 \ge 8$.


Результаты решения симплекс-методом задачи 2: $x_1^{2*} = 1{,}2$; $x_2^{2*} = 7$; $L_2 = 29{,}4$.
Результаты решения симплекс-методом задачи 3: $x_1^{3*} = 0{,}75$; $x_2^{3*} = 8$; $L_3 = 29{,}25$.
В задаче 1 переменная $x_1^{1} = 1$ – целочисленная, а при целочисленности x_2 в
</td></tr>
</table>

	последующих задачах x_1 перестала быть целочисленной. Затем следует накладывать ограничения целочисленности на x_1 и т. д. В качестве оптимального принимается решение задачи 5, которое дает наибольшее из целочисленных решений значение целевой функции.
16	Математически задача формулируется в виде: $\begin{cases} \max[(2+t)x_1+(13-t)x_2] \\ 4x_1+x_2\le 16; \\ 2x_1+2x_2\le 22; \\ 6x_1+3x_2\le 36; \\ x_1,x_2\ge 0;\ \ 0\le t\le 10. \end{cases}$ Для решения задачи строим многоугольник решений, определенный системой линейных неравенств и условием неотрицательности переменных. После этого, полагая t = 0, строим целевую функцию $2x_1 + 13x_2 = 26$ (число 26 – произвольно) и вектор c = (2; 13). Передвигая эту прямую в направлении вектора c, можно установить последнюю ее точку с многоугольником решений OABCD, т. е. точку A(0; 11).  Следовательно, задача, при t = 0, имеет оптимальный план $x_0^* = (0;\ 11)$. Это означает, что если цена изделия А равна 2 + 0 = \$2, а цена изделия В 13 – 0 = \$13, то в оптимальном плане производство изделий А не предусматривается, а изделий В, требуется изготовить в количестве 11 ед. и максимальная выручка составит max F = \$143.
17	Данный критерий основывается на принципе максимального пессимизма, то есть на предположении, что скорее всего, произойдет наиболее худший вариант развития ситуации и риск наихудшего варианта нужно свести к минимуму. Для применения критерия нужно для каждой альтернативы выбрать наихудший показатель привлекательности α_i (наименьшее число в каждой строке матрицы выигрышей) и выбрать ту альтернативу, для которой этот показатель максимальный. Для нашего примера: $\alpha_1 = 5;\ \alpha_2 = 9; \alpha_3 = 2;\ \alpha_4 = 1;\ \alpha_5 = 6.$ Видно, что наилучшим из наихудших показателей обладает стратегия A_2 , для нее $\alpha_2 = 9$ наибольшее.
18	Он основан на принципе минимизации потерь, связанных с тем, что игрок принял не оптимальное решение. Для решения задачи составляется матрица потерь, которая называется ***матрицей рисков*** r_{ij} , которая получается из матрицы

<table>
<tr><td></td><td>выигрышей a_{ij} путем вычитания из максимального элемента каждого столбца $a_j^{\max} = \max_i (a_{ij})$ всех остальных элементов. В рассматриваемом примере эта матрица есть:
<table>
<tr><td>S_j / A_i</td><td>S_1</td><td>S_2</td><td>S_3</td><td>S_4</td></tr>
<tr><td>A_1</td><td>7</td><td>2</td><td>0</td><td>17</td></tr>
<tr><td>A_2</td><td>6</td><td>4</td><td>3</td><td>12</td></tr>
<tr><td>A_3</td><td>13</td><td>10</td><td>5</td><td>0</td></tr>
<tr><td>A_4</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>21</td></tr>
<tr><td>A_5</td><td>0</td><td>8</td><td>7</td><td>8</td></tr>
</table>
Далее, для каждой альтернативы определяем величины β_i, равные максимальному риску (наибольшее число в каждой строке матрицы рисков) и выбирают ту альтернативу, для которой максимальный риск минимален. В нашем примере: $\beta_1 = 17;\ \beta_2 = 12;\ \beta_3 = 13;\ \beta_4 = 21;\ \beta_5 = 18,$ минимально $\beta_2 = 12.$ Принимаем альтернативу A_2 .</td></tr>
<tr><td>19</td><td>
$$F_1 = 14 \cdot 0{,}7 + 5 \cdot (1 - 0{,}7) = 11{,}3;$$
$$F_2 = 11 \cdot 0{,}7 + 9 \cdot 0{,}3 = 10{,}4;$$
$$F_3 = 22 \cdot 0{,}7 + 2 \cdot 0{,}3 = 16{,}0;$$
$$F_4 = 14 \cdot 0{,}7 + 1 \cdot 0{,}3 = 10{,}1;$$
$$F_5 = 15 \cdot 0{,}7 + 6 \cdot 0{,}3 = 12{,}3.$$
В соответствии с расчетами игроку следует выбрать альтернативу A_3.</td></tr>
<tr><td>20</td><td>Выбирается та стратегия, для которой функция полезности максимальна. Для примера:
$$F_1 = \frac{1}{4}(8 + 12 + 14 + 5) = 9{,}75;$$
$$F_2 = \frac{1}{4}(9 + 10 + 11 + 10) = 10;$$
$$F_3 = \frac{1}{4}(2 + 4 + 9 + 22) = 9{,}25;$$
$$F_4 = \frac{1}{4}(12 + 14 + 10 + 1) = 9{,}25;$$
$$F_5 = \frac{1}{4}(15 + 6 + 7 + 14) = 10{,}5.$$
Видно, что функция полезности максимальна для стратегии A_5, следовательно, ее рациональнее всего принять.</td></tr>
<tr><td>21</td><td>Наиболее простой критерий, основывающийся на идее, что игрок, имея возможность в некоторой степени управлять ситуацией, рассчитывает, что произойдет такое развитие ситуации, которое для него является наиболее выгодным. В соответствии с критерием принимается стратегия, соответствующая максимальному элементу матрицы выигрышей. Для приведенного примера эта величина $a_{34} = 22$, поэтому выбираем стратегию A_3.</td></tr>
<tr><td>22</td><td>Критерий Вальда: среди наилучших вариантов α_1=12, α_2=10, α_3=15, α_4=11, наихудший соответствует α_2=10, следовательно принимаем альтернативу A_2.
Критерии Сэвиджа имеет матрицу рисков:
<table>
<tr><td>$A_i S_j$</td><td>S_1</td><td>S_2</td><td>S_3</td><td>S_4</td><td>S_5</td></tr>
<tr><td>A_1</td><td>1</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td></tr>
<tr><td>A_2</td><td>3</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td></tr>
<tr><td>A_3</td><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>A_4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td></tr>
</table>
Максимальные элементы для каждого критерия матрицы рисков равны: β_1=4;</td></tr>
</table>

β_2=4; β_3=8; β_4=3. Принимаем стратегию, соответствующую минимальному значению β_4=3, то есть А$_4$.

В соответствии с критерии **Гурвица** на уровне $\alpha = 0{,}6$, функции полезности равны:

$$F_1 = 5\cdot 0{,}6 + 12\cdot 0{,}4 = 7{,}8; \quad F_2 = 7\cdot 0{,}6 + 10\cdot 0{,}4 = 8{,}2;$$

$$F_3 = 6\cdot 0{,}6 + 15\cdot 0{,}4 = 9{,}6; \quad F_4 = 7\cdot 0{,}6 + 11\cdot 0{,}4 = 8{,}6.$$

Принимаем альтернативу A_2 с наименьшей функцией полезности $F_1 = 7{,}8$.

Критерий *Лапласа.*

$$F_1 = (7+12+8+10+5)/5 = 8{,}4;$$

$$F_2 = (9+10+7+8+9)/5 = 8{,}6;$$

$$F_3 = (6+8+15+9+7)/5 = 9;$$

$$F_4 = (9+10+8+11+7)/5 = 9.$$

Следует выбрать альтернативу А$_1$.

Критерий ***максимального оптимизма.*** Соответствует стратегии, для которой a_{ij} минимальное.

23 Находим минимальные элементы каждой строки платежной матрицы α_I и из них находим максимальное значение. Из максимальных элементов каждого столбца β_j выбираем минимальный.

A_iB_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	α_i
A_1	6	1	8	4	4	*1*
A_2	9	6	7	5	8	*5*
A_3	3	7	6	2	8	*2*
A_4	2	6	7	3	3	*2*
β_j	*9*	*7*	*8*	*5*	*8*	

Видно, что верхние и нижние цены игры совпадают $\alpha = \beta = \nu = 5$, следовательно, для обоих игроков выгодны стратегии (A_2, B_4) и процентная ставка, равная 5. При принятии игроками иной стратегии, отличной от оптимальной, этот игрок только проиграет.

24 Пусть стратегии игроков: A_1 – спрятать в правой; B_1 – искать в правой; A_2 – спрятать в левой; B_2 – искать в левой. Игровая матрица для данной ситуации относительно игрока А имеет вид:

A_iB_j	B_1	B_2
A_1	-1	1
A_2	1	-2

Тогда вероятности чистых стратегий в смешанной равны:

$p_1 = \dfrac{-2-1}{-1-2-1-1} = \dfrac{3}{5}$, $p_2 = 1 - \dfrac{3}{5} = \dfrac{2}{5}$, $q_1 = \dfrac{-2-1}{-1-2-1-1} = \dfrac{3}{5}$, $q_2 = 1 - \dfrac{3}{5} = \dfrac{2}{5}$. Цена игры равна $\nu = \dfrac{(-1)\cdot(-2) - 1\cdot 1}{-1-2-1-1} = -\dfrac{1}{5}$.

Таким образом, игроку *А* нужно случайно чередовать руки с монетой, но в правой руке прятать в среднем в трех случаях из пяти, а в левой в двух случаях из пяти. В это случае в каждой игре в среднем *А* получит (-1/5) руб., то есть теряет 20 коп., игра для *А* не выгодная. Для игрока В выгодно также чередовать руки в которых он ищет монету, но в правой руке искать в 3 случаях из 5, что приведет к среднему выигрышу для него в 20 коп. за игру.

25 Обозначим стратегии игроков:

А$_1$ – компания *А* закупает товар Т$_1$,

A_2 – компания *A* закупает товар T_2,
B_1 – компания *B* закупает товар T_1,
B_2 – компания *B* закупает товар T_2.
Платежная матрица имеет вид:

A_iB_j	B_1	B_2
A_1	-200	900
A_2	700	-100

Тогда вероятности чистых стратегий в смешанной равны:

$$p_1 = \frac{-100-700}{-200-100-700-900} = \frac{8}{19},\ p_2 = 1 - \frac{8}{19} = \frac{11}{19},$$

$$q_1 = \frac{-100-900}{-200-100-700-900} = \frac{10}{19},\ q_2 = 1 - \frac{10}{19} = \frac{9}{10}.$$

Цена игры равна

$$v = \frac{(-200)\cdot(-100) - 900\cdot 700}{-200-100-700-900} = 226{,}316.$$

Следовательно, игроку выгодно реализовать обе стратегии A_1и A_1 в долях 8/19=0,421 и 11/19=0,579, то есть закупить и товар T_1, и T_2. При этом T_1 должен быть закуплен на сумму 421 тыс. руб., а T_2 на сумму 579 тыс. руб. Прибыль, не зависимо от поведения соперника, составит 226316 руб. То же можно сказать и для игрока *B* (если, конечно, игра антагонистическая и выигрыш А это проигрыш В): закупать оба товара, первого на сумму 10/19 от запланированной, а второго на сумму 9/19.

26

Находим оптимальное распределение прибыли по маршрутам и ожидаемую прибыль.
Вычеркиваем из таблицы второй столбец, т.к. все его элементы больше или равны элементам третьего. Вычеркиваем четвертую строку, т.к. ее оставшиеся элементы меньше элементов третьей. Элементы первого столбца больше элементов третьего, вычеркиваем первый столбец. Вторую строку вычеркиваем в результате сравнения с первой. Четвертый столбец вычеркиваем после сравнения с третьим. В результате получаем матрицу:

A_iB_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	5	6	4	6	9
A_2	6	5	3	4	8
A_3	7	6	6	7	5
A_4	6	7	5	4	3

которая эквивалентна матрице:

A_iB_j	B_3	B_5
A_1	4	9
A_3	6	5

Тогда вероятности чистых стратегий компании *A* в смешанной $\begin{pmatrix} A_1 & A_3 \\ p_1 & p_3 \end{pmatrix}$ равны: $p_1 = \frac{5-6}{4+5-6-9} = \frac{1}{6}$, $p_3 = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$. Цена игры равна $v = \frac{4\cdot 5 - 9\cdot 6}{4+5-6-9} = \frac{34}{6} \approx 5{,}67$.
Следовательно, 1/6 часть автопарка (17 машин) нужно направить на маршрут A_1, а остальные 5/6 парка (83 машины) на маршрут A_3. Маршруты A_2 и A_4 использовать не рационально. При этом прибыль, не зависимо от ответа компании В будет составлять 34/6 млн. руб.

27	Прямая и двойственная задачи линейного программирования имеют вид: $$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5\to\min;$$ $$\begin{cases}9x_1+2x_2+6x_3+5x_4+3x_5\ge 1;\\3x_1+5x_2+7x_3+2x_4+8x_5\ge 1;\\6x_1+8x_2+2x_3+3x_4+x_5\ge 1;\\5x_1+3x_2+4x_3+6x_4+7x_5\ge 1;\end{cases}$$ $$x_i\ge 0;\ \ i=1,2,3,4,5.$$ $$y_1+y_2+y_3+y_4\to\max;$$ $$\begin{cases}9y_1+3y_2+6y_3+5y_4\le 1;\\2y_1+5y_2+8y_3+3y_4\le 1;\\6y_1+7y_2+2y_3+4y_4\le 1;\\5y_1+2y_2+3y_3+6y_4\le 1;\\3y_1+8y_2+y_3+7y_4\le 1;\end{cases}$$ $$y_j\ge 0;\ \ j=1,2,3,4.$$ Из решения можно найти цену игры $\nu=\dfrac{1}{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5}=\dfrac{1}{y_1+y_2+y_3+y_4}$ и вероятности состояний $p_i=x_i\nu,\ (i=1,2,3,4,5);\ q_j=y_j\nu,\ (j=1,2,3,4)$.
28	Пусть $f(x_1,x_2)$ - функция прибыли, тогда $$f(x_1,x_2)=110x_1+70x_2-\left(7x_1^2+8x_1x_2+3x_2^2+90\right)=$$ $$=110x_1+70x_2-7x_1^2-8x_1x_2-3x_2^2-90$$ Найдем первые частные производные функции $f(x_1,x_2)$: $\dfrac{\partial f}{\partial x_1}=110-14x_1-8x_2$, $\dfrac{\partial f}{\partial x_2}=70-8x_1-6x_2$. Найдем стационарные точки графика функции $f(x_1,x_2)$. Для этого решим систему: $$\begin{cases}110-14x_1-8x_2=0\\70-8x_1-6x_2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8x_2=110-14x_1\\70-8x_1-6x_2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_2=\dfrac{55}{4}-\dfrac{7}{4}x_1\\70-8x_1-6\left(\dfrac{55}{4}-\dfrac{7}{4}x_1\right)=0\end{cases}\Leftrightarrow$$ $$\Leftrightarrow\begin{cases}x_2=\dfrac{1}{4}(55-7x_1)\\70-8x_1-\dfrac{165}{2}+\dfrac{21}{2}x_1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_2=\dfrac{1}{4}(55-7x_1)\\140-165-16x_1+21x_1=0\end{cases}$$ $$\Leftrightarrow\begin{cases}x_2=\dfrac{1}{4}(55-7x_1)\\5x_1=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1=5\\x_2=5\end{cases}$$ Следовательно $M(5,5)$- стационарная точка. Проверим ее на экстремум, для этого введем обозначения: $a_{11}=\dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}$, $a_{12}=\dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1\,\partial x_2}$, $a_{22}=\dfrac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}$, тогда $a_{11}=-14$, $a_{12}=a_{21}=-8$, $a_{22}=-6$, $\Delta=-14\times(-6)-(-8)^2=20$. Т.к. $\Delta>0$, то экстремум есть, а т.к. $a_{11}<0$, то это максимум.

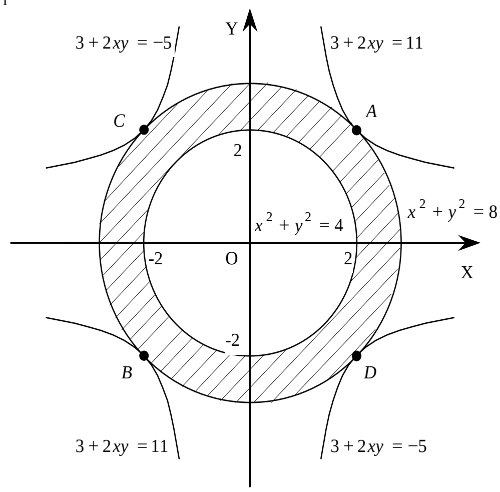
	Следовательно, при объемах выпуска $x_1 = 5$ и $x_2 = 5$, достигается максимальная прибыль равная: Получили, что $f_{\max}(x, x_2) = 360$ и достигается при объемах выпуска $x_1 = 5$ и $x = 5$.
29	Если область D замкнута и ограничена, то дифференцируемая функция $Z = f(X)$ достигает в этой области своих наибольшего и наименьшего значений или в стационарной точке, или в граничной точке области.
30	Так как заданная функция дифференцируется в замкнутой ограниченной области, то свое наибольшее или наименьшее значение она достигает или в стационарной точке внутри области дифференцирования, или на границе области. Найдем стационарные точки заданной функции, для этого решим систему: $\begin{cases} z'_x = 2y = 0 \\ z'_y = 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases}$, точка $O(0,0)$ не принадлежит заданной области дифференцирования, значит стационарных точек внутри области нет, следовательно, наибольшее/наименьшее значение функцией достигается на границе области дифференцирования. Граница области ограничена окружностями $x^2 + y^2 = 8$ и $x^2 + y^2 = 4$. Найдем наибольшее/наименьшее значение на границах области дифференцирования. Для этого составим функцию Лагранжа: $L(x, y, \lambda) = 3 + 2xy + \lambda(x^2 + y^2 - 8)$, тогда $\frac{\partial L}{\partial x} = 2y + 2\lambda x$, $\frac{\partial L}{\partial y} = 2x + 2\lambda y$, $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = x^2 + y^2 - 8$ следовательно, система уравнений для определения координат экстремальной точки имеет вид: $\begin{cases} 2y + 2\lambda x = 0 \\ x^2 + y^2 = 8 \\ 2x + 2\lambda y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -\frac{y}{x} \\ y^2 = 8 - x^2 \\ 2x - \frac{2(8 - x^2)}{x} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -\frac{y}{x} \\ y^2 = 8 - x^2 \\ 2x^2 - 16 + 2x^2 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -\frac{y}{x} \\ y^2 = 4 \\ x^2 = 4 \end{cases}$ Эта система имеет четыре решения: $x_1 = 2$, $y_1 = 2$, $\lambda_1 = -1$ — Точка $A(2,2)$ – точка условного max, $z(2,2) = 3 + 2xy = 3 + 2 \times 2 \times 2 = 11$. $x_2 = -2$, $y_2 = -2$, $\lambda_2 = -1$ — Точка $B(-2,-2)$ – точка условного max, $z(-2,-2) = 3 + 2xy = 3 + 2 \times (-2) \times (-2) = 11$. $x_3 = -2$, $y_3 = 2$, $\lambda_3 = 1$ — Точка $C(-2,2)$ – точка условного min, $z(-2,2) = 3 + 2xy = 3 + 2 \times (-2) \times 2 = -5$. $x_4 = 2$, $y_4 = -2$, $\lambda_4 = 1$ — Точка $D(2,-2)$ – точка условного min, $z(2,-2) = 3 + 2xy = 3 + 2 \times 2 \times (-2) = -5$. 1. $L(x, y, \lambda) = 3 + 2xy + \lambda(x^2 + y^2 - 4)$, тогда $\frac{\partial L}{\partial x} = 2y + 2\lambda x$, $\frac{\partial L}{\partial y} = 2x + 2\lambda y$, $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = x^2 + y^2 - 4$ следовательно, система уравнений для определения координат экстремальной точки имеет вид:

$$\begin{cases} 2y+2\lambda x=0 \\ x^2+y^2=4 \\ 2x+2\lambda y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda=-\dfrac{y}{x} \\ y^2=4-x^2 \\ 2x-\dfrac{2\left(4-x^2\right)}{x}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda=-\dfrac{y}{x} \\ y^2=4-x^2 \\ 2x^2-8+2x^2=0 \\ x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda=-\dfrac{y}{x} \\ y^2=2 \\ x^2=2 \end{cases}$$

Эта система также имеет четыре решения:

$x_1=\sqrt{2}$, $y_1=\sqrt{2}$, $\lambda_1=-1$

Точка $E\left(\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$ – точка условного max,
$z\left(\sqrt{2},\sqrt{2}\right)=3+2xy=3+2\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=7$.



$x_2=-\sqrt{2}$, $y_2=-\sqrt{2}$, $\lambda_2=-1$

Точка $F\left(-\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)$ – точка условного max,
$z\left(-\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)=3+2xy=3+2\times\left(-\sqrt{2}\right)\times\left(-\sqrt{2}\right)=7$.

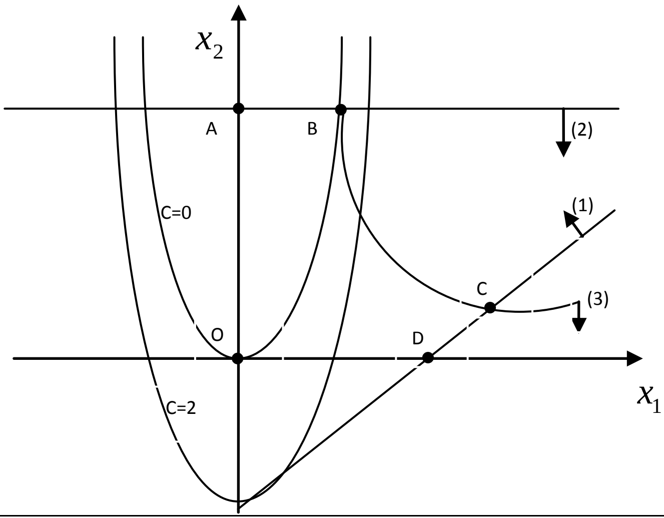
$x_3=-\sqrt{2}$, $y_3=\sqrt{2}$, $\lambda_3=1$

Точка $G\left(-\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$ – точка условного min,
$z\left(-\sqrt{2},\sqrt{2}\right)=3+2xy=3+2\times\left(-\sqrt{2}\right)\times\sqrt{2}=-1$

$x_4=\sqrt{2}$, $y_4=-\sqrt{2}$, $\lambda_4=1$

В точке $H\left(\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)$ – точка условного min,
$z\left(\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)=3+2xy=3+2\times\sqrt{2}\times\left(-\sqrt{2}\right)=-1$.

Следовательно, функция $z=3+2xy$ в заданной области достигает наибольшего

	значения в точках $A(2,2)$ и $B(-2,-2)$ и наименьшего в точках $C(-2,2)$ и $D(2,-2)$ при этом графики функций $3+2xy=11$ и $3+2xy=-5$ касаются окр-ти $x^2+y^2=8$ в точках A, B и C, D. **Ответ.** Заданная функция $z=3+2xy$ при условии $4 \le x^2+y^2 \le 8$ имеет $z_{MAX}=11$ и $z_{MIN}=-5$.
31	ОДР ограничена прямыми $x_1-x_2=2$ (1) , $x_2=4$ (2), осями координат $x_1=0, x_2=0$ и гиперболой $x_1+x_2-x_1x_2=0$, уравнение котјрой приводится к виду $x_2-=1+\dfrac{1}{x_1-1}$ (3). ОДР представляет собой область OABCD. Линии уровня целевой функции - $2x_1^2-x_2=C$. Для разных значений C графиком уравнения $x_2=2x_1^2-C$ является парабола с осью симметрии, совпадающей с осью ординат. При $C=0$ парабола проходит через начало координат. при $C \succ 0$ параболы сдвигаются вниз. Перемещая в направлении возрастания, получим, что линии уровня покидают ОДР через точку X^* пересечения гиперболы $x_2-=1+\dfrac{1}{x_1-1}$ и прямой $x_1-x_2=2$. Решая систему, составленную из этих уравнений, получим $x_1^*=2+\sqrt{2}$, $x_2^*=\sqrt{2}$, $X^*=(\ 2+\sqrt{2}\ ;\sqrt{2}\ )$. Поэтому $Z_{\max}=2(\sqrt{2}+2)^2-\sqrt{2}$ или $Z_{\max}\approx 21{,}9$. 
32	Воспользуемся методом динамического программирования и разобьем задачу на шаги. Вначале исследуем задачу для первых 2-х предприятий и рассмотрим «объединенное первое со вторым» предприятие.

	Инв в 1	0	100	200	300	400	500	600	700
Инв в 2	Приросты прибыли	0	20	34	46	53	55	60	60
0	0	0	20	34	46	53	55	60	60
100	18	18	38	52	64	71	73	78	
200	29	29	49	63	75	82	84		
300	45	45	65	79	91	98			
400	62	62	82	96	108				
500	78	78	98	112					
600	90	90	110						
700	98	98							

В таблице каждая северо-восточная диагональ отвечает определенным суммарным инвестициям в первое и второе предприятия. Например, если на первые два предприятия выделена сумма 0 млн. руб., то есть единственный способ разделить эту сумму между предприятиями: первому предприятию выделить 0 млн. руб. (и тогда прирост прибыли на первом предприятии будет равен 0 млн. руб.) и второму предприятию выделить 0 млн. руб. (и прирост прибыли на втором предприятии также будет равен 0 млн. руб.).

Далее, если на первые два предприятия выделена сумма 100 млн. руб., то есть два способа разделить эту сумму между предприятиями:

- первому предприятию выделить 100 млн. руб. (и тогда прирост прибыли на первом предприятии будет равен 20 млн. руб.), а второму предприятию выделить 0 млн. руб. (и прирост прибыли на втором предприятии также будет равен 0 млн. руб.). Значит, в этом случае суммарный прирост прибыли на двух предприятиях будет равен 20+0=20 млн. руб.;
- первому предприятию выделить 0 млн. руб. (и тогда прирост прибыли на первом предприятии будет равен 0 млн. руб.), а второму предприятию выделить 100 млн. руб. (и прирост прибыли на втором предприятии будет равен 18 млн. руб.). Значит, в этом случае суммарный прирост прибыли на двух предприятиях будет 0+18=18 млн. руб.

Таким образом, можно обеспечить максимальный суммарный прирост прибыли на двух предприятиях 20, для этого второму предприятию необходимо выделить 0.

Итак, в этой вспомогательной таблице мы значения приростов складываем на каждой северо-восточной диагонали находим наибольшее число, которое выделяем жирным и указываем соответствующие значения инвестиций во 2 предприятие.

Таблица 2.

Инв в 1 и 2	0	100	200	300	400	500	600
Макс прирост на 1 и 2	0	20	38	52	65	82	98
Инв в 2	0	0	100	100	300	400	500

На следующем этапе исследуем задачу для 2-х предприятий: объединенного первого со вторым и третьего.

Таблица 3.

	Инв в 1,2	0	100	200	300	400	500	600	700

Инв в 3	прирост	0	20	38	52	65	82	98	112
0	0	0	20	38	52	65	82	98	112
100	25	25	45	63	77	90	107	123	
200	41	41	61	79	93	106	123		
300	52	52	72	94	104	126			
400	74	74	94	112	126				
500	82	82	102	120					
600	88	88	106						
700	90	90							

Таблица 4.

Инв в 1,2 ,3	0	100	200	300	400	500	600
Сумм.прирост прибыли на1,2,3	0	25	45	63	79	94	112
Инв в 3 предп.	0	100	100	100	200	400	400

Рассмотрим «объединенное первое со вторым и с третьим» предприятие и 4 предприятие.

	Инв в 1,2,3	0	100	200	300	400	500	600	700
Инв в 4	Прирост	0	25	45	63	79	94	112	126
0	0								126
100	30							142	
200	52						146		
300	76					**155**			
400	90				153				
500	104			149					
600	116		141						
700	125	125							

В последней таблице заполняем только одну диагональ для значения x = 700. Наибольшее число на этой диагонали

z^* = 155 млн. руб.,

причем четвертому предприятию должно быть выделено 300 млн. руб.

на долю остальных трех предприятий остается 400 млн. руб. Из табл. 4. видно, что третьему предприятию должно быть выделено 200 млн. руб.

продолжая обратный процесс, находим, что второму 100 млн. руб., а на долю первого предприятия остается 100 млн. руб.

Таким образом, наилучшим является следующее распределение капитальных вложений по предприятиям:

$x_1^*=100$, $x_2^*=100$, $x_3^*= 200$, $x_4^*=300$.

33 Динамическое программирование – это математический метод поиска оптимального управления, специально приспособленный к многошаговым процессам. Рассмотрим пример такого процесса.

34	*Принцип оптимальности Беллмана.* Каково бы ни было допустимое состояние системы $\vec{x}_{i-1} \in X_{i-1}$ перед очередным *i*-м шагом, надо выбрать допустимое УВ $\vec{u}_i \in U_i$ на этом шаге так, чтобы выигрыш W_i на *i*-м шаге плюс оптимальный выигрыш на всех последующих шагах был максимальным.
35	$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если вершины } x_i \text{ и } x_j \text{ соеденены ребром;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$
36	$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если из } x_i \text{ в } x_j \text{ идет дуга;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$
37	Для данного графа матрица смежности имеет вид: $$A = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$
38	$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если вершина } x_i \text{ инцидентна дуге } u_i; \\ 0, & \text{в противоположном случае} \end{cases}$
39	$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если вершина } x_i - \text{начальная вершина дуги } u_j; \\ -1, & \text{если вершина } x_i - \text{конечная вершина дуги } u_j; \\ 0, & \text{если вершина } x_i \text{ не инцидентна дуге } u_j. \end{cases}$
40	$$B = \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$
41	Классическая постановка задачи о коммивояжере выглядит следующим образом: Имеется N городов, выезжая из исходного города А1, коммивояжер должен побывать во всех городах по 1 разу и вернуться в город А1. Задача заключается в определении последовательности объезда городов, при которой коммивояжеру требуется минимизировать некоторый критерий эффективности: стоимость проезда, время пути, суммарное расстояние и т.д.
42	***Путь*** — это цепочка следующих друг за другом работ, соединяющих начальную и конечную вершины, например, в приведенной выше модели путями являются L_1 = (1, 2, 3, 7, 10, 11), L_2 = (1, 2, 4, 6, 11)
43	Три первые графы таблицы содержат исходные данные, а две последние графы – результаты расчетов по формулам. Так, например, $t_{ож}(i,j)=(3t_{min}(i,j) + 2t_{max}(i,j))/5$ $t_{ож}(1,2)=(3*5 +2*7,5)/5 =6$ $t_{ож}(2,3)=(3*4 +2*6,5)/5 =5$ $S^2(i,j) = (t_{max}(i,j) - t_{min}(i,j))^2/5^2 =$ $= 0.04 \cdot (t_{max}(i,j) - t_{min}(i,j)^2$ $S^2(1,2) = (7,5 - 5)^2/25 =0,25$ $S^2(2,3) = (6,5 - 4)^2/25 =0,25$ Таблица. Работа | Продолжительность | Ожидаемая | Дисперсия

(i,j)	t_{min}(i,j)	t_{max}(i,j)	Продолжительность $t_{ож}$(i,j)	S^2 (i,j)
(1.2)	5	7.5	5	0.25
(2.3)	4	6.5	5	0.25
(2.4)	3	6	3	1.00
(2.5)	1	5.5	4	0.25
(3.7)	0.5	3.5	1	0.36
(4.5)	5	7.5	6	0.25
(4.6)	3	5.5	4	0.25
(4.9)	5	10	7	1.00
(5.8)	2	4.5	3	0.25
(5.10)	7	12	9	1.00
(6.9)	0	0	0	0.00
(6.11)	3	8	5	1.00
(7.10)	4	9	6	1.00
(8.10)	2	7	4	1.00
(9.10)	1	6	3	1.00
(10.11)	8	10.5	9	0.25

критическим является путь: $L_{кр}$ = (1,2,4,5,10,11), а его продолжительность равна $t_{кр}$= $t_{ож}$= 33 дня.

Дисперсия критического пути составляет:

$S^2_{Кр} = S^2(l,2) + S^2(2,4) + S^2(4,5) + S^2(5,10) + S^2(10,M) =$

$= 0,25 + 1,00 + 0,25 + 1,00 + 0,25 = 2,75.$

44

а) Для использования формулы показателя дисперсии необходимо иметь среднее квадратическое отклонение, вычисляемое путем извлечения из значения дисперсии квадратного корня, т. е. $S_{Кр}$ = 1,66. Тогда имеем:

$P(t_{кр} <35) = 0,5 + 0,5\ Ф\{(35 - 33)1,66\} =$

$= 0.5 + 0.5\ Ф(1,2)=0,5+0,5*0,77=0,885$

$P(t_{кр} <30) = 0,5 + 0,5\ Ф\{(30 - 33)/1,66\} = 0,5 - 0,5Ф(1,8) =$

$= 0,5 - 0,5 \bullet 0,95 = 0,035.$

Таким образом, вероятность того, что весь комплекс работ будет выполнен не более чем за 35 дней, составляет 88,5%, в то время как вероятность его выполнения за 30 дней — всего 3,5% .

б) Для решения второй (по существу обратной) задачи найдем значение аргумента z, которое соответствует заданной вероятности 95% . В графе Ф(z) наиболее близкое значение (0,9545 • 100%) к ней соответствует z = 1,9. В этой связи в формуле будем использовать именно это (не совсем точное) значение. Тогда получим:

$$T = t_{ож}(L_{кр}) + z - S_{Кр} = 33 + 1,9\cdot 1,66 = 36,2 \text{ дн.}$$

Следовательно, максимальный срок выполнения всего комплекса работ при заданном уровне вероятности p = 95% составляет 36,2 дня.

Тема 1. Общая постановка задачи линейного программирования

Задание № 1

Сформулируйте алгоритм решения задачи линейного программирования графическим методом.

Задание № 2

Дана задача линейного программирования: $F(x_1;\ x_2) = 2x_1 + 4x_2 \ \to\ \max$,

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 21, \\ x_1 \le 9, \\ x_2 \le 9, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Решить её геометрическим методом.

Задание № 3

Что включает модель задачи математического программирования?

Задание № 4

Какие условия должны быть соблюдены при решении ЗЛП графическим методом.

Тема 2. Симплексный метод

Задание № 5

Исходя из специализации и своих технологических возможностей предприятие может выпускать четыре вида продукции. Сбыт любого количества обеспечен. Для изготовления этой продукции используются трудовые ресурсы, полуфабрикаты и станочное оборудование. Общий объём ресурсов, расход каждого ресурса за единицу продукции, приведены в таблице. Требуется составить математическую модель прямой задачи.

Ресурсы		Выпускаемая продукция				Объём ресурсов
		$Н_1$	$Н_2$	$Н_3$	$Н_4$	
$Р_1$	Трудовые ресурсы, чел-ч	4	2	2	8	4800
$Р_2$	Полуфабрикаты, кг	2	10	6	0	2400
$Р_3$	Станочное оборудование, станко-ч	1	0	2	1	1500
Цена единицы продукции, р.		65	70	60	120	

Тема 3. Двойственность в линейном программировании

Задание № 6

Исходя из специализации и своих технологических возможностей предприятие может выпускать четыре вида продукции. Сбыт любого количества обеспечен. Для изготовления этой продукции используются трудовые ресурсы, полуфабрикаты и станочное оборудование. Общий объём ресурсов, расход каждого ресурса за единицу продукции, приведены в таблице. Требуется составить математическую модель двойственной задачи.

Ресурсы		Выпускаемая продукция				Объём ресур-сов
		$Н_1$	$Н_2$	$Н_3$	$Н_4$	
$Р_1$	Трудовые ресурсы, чел-ч	4	2	2	8	4800
$Р_2$	Полуфабрикаты, кг	2	10	6	0	2400
$Р_3$	Станочное оборудование, станко-ч	1	0	2	1	1500
Цена единицы продукции, р.		65	70	60	120	

Задание № 7

Какая взаимосвязь между прямой и двойственной задачами?

Задание № 8

Сформулируйте теорему оптимальности Канторовича.

Задание № 9

Сформулируйте малую теорему двойственности.

Тема 4. Транспортная задача

Задание № 10

Компания «Стройгранит» производит добычу строительной щебенки и имеет на территории региона три карьера. Запасы щебенки на карьерах соответственно равны 800, 900 и 600 тыс. тонн. Четыре строительные организации , проводящие строительные работы на разных объектах этого же региона дали заказ на поставку соответственно 300, 600, 650 и 750 тыс. тонн щебенки. Стоимость перевозки 1 тыс. тонн щебенки с каждого карьера на каждый объект приведены в таблице:

Карьер	*Строительный объект*			
	1	*2*	*3*	*4*
1	8	4	1	7
2	3	6	7	3
3	6	5	11	8

Необходимо выяснить является ли данная задача закрытой.

Задание № 11

Компания «Стройгранит» производит добычу строительной щебенки и имеет на территории региона три карьера. Запасы щебенки на карьерах соответственно равны 800, 900 и 600 тыс. тонн. Четыре строительные организации , проводящие строительные работы на разных объектах этого же региона дали заказ на поставку соответственно 300, 600, 650 и 750 тыс. тонн щебенки. Стоимость перевозки 1 тыс. тонн щебенки с каждого карьера на каждый объект приведены в таблице:

Карьер	*Строительный объект*			
	1	*2*	*3*	*4*
1	8	4	1	7
2	3	6	7	3
3	6	5	11	8

Необходимо составить математическую модель о нахождении плана перевозки (количество щебенки, перевозимой с каждого карьера на каждый строительный объект), чтобы суммарные затраты на перевозку были минимальными.

Задание № 12

Найти опорное решение методом северо-западного угла.

Карьер	*Строительный объект*			
	1	*2*	*3*	*4*
1	8	4	1	7
2	3	6	7	3
3	6	5	11	8

Задание № 13

Найти опорное решение методом наименьших затрат.

Карьер	*Строительный объект*			
	1	*2*	*3*	*4*
1	8	4	1	7
2	3	6	7	3
3	6	5	11	8

Задание № 14

Сформулируйте алгоритм решения транспортной задачи методом потенциалов.

Тема 5. Целочисленное программирование

Задание № 15

Определить значение переменных для следующей оптимизационной задачи:

$\max L = 7x_1 + 3x_2;\ 5x_1 + 2x_2 \le 20;\ 8x_1 + 4x_2 \le 38;\ x_1, x_2 \ge 0$ – целые.

Тема 6. Параметрическое линейное программирование

Задание № 16

Пусть предприятие изготавливает два вида продукции А, В, для которых использует три вида ресурсов. Известны нормы расхода и запасы каждого вида.

Из анализа спроса установлено, что цена единицы продукции для изделия А может изменяться от 2 до \$12, а для изделия В – от 13 до \$3, причем эти изменения определяются соотношениями

$c_1 = 2 + t$, $c_2 = 13 - t$, где $0 \le t \le 10$.

Ресурсы	Удельный расход ресурсов на изделие		Наличие ресурсов
	A	*B*	
1	4	1	16
2	2	2	22
3	6	3	36
Цена изделия	$2 + t$	$13 - t$	–

Требуется для каждого из возможных значений цены каждого вида изделий найти такой план их производства, при котором обеспечивается максимальная выручка.

Тема 7. Матричные игры

Задание № 17

Директор торговой фирмы, продающей бытовую технику решил открыть представительство в областном центре. У него имеются стратегии либо создавать собственный магазин в отдельном помещении, либо организовывать сотрудничество с местными торговыми центрами. Всего можно выделить 5 стратегий решения: A_1, A_2, A_3, A_4, A_5. Успех торговой фирмы зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Эксперты выделяют 4 возможных варианта развития ситуации S_1, S_2, S_3, S_4. Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей a_{ij} (млн. р./год).

S_j \ A_i	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	8	12	14	5
A_2	9	10	11	10
A_3	2	4	9	22
A_4	12	14	10	1
A_5	15	6	7	14

Выбирать оптимальную стратегию игрока с помощью максиминного критерия Вальда.

Задание № 18

Директор торговой фирмы, продающей бытовую технику решил открыть представительство в областном центре. У него имеются стратегии либо создавать собственный магазин в отдельном помещении, либо организовывать сотрудничество с местными торговыми центрами. Всего можно выделить 5 стратегий решения: A_1, A_2, A_3, A_4, A_5. Успех торговой фирмы зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Эксперты выделяют 4 возможных варианта развития ситуации S_1, S_2, S_3, S_4. Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей a_{ij} (млн. р./год).

S_j \ A_i	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	8	12	14	5
A_2	9	10	11	10
A_3	2	4	9	22
A_4	12	14	10	1
A_5	15	6	7	14

Выбирать оптимальную стратегию игрока с помощью Критерия Сэвиджа.

Задание № 19

Директор торговой фирмы, продающей бытовую технику решил открыть представительство в областном центре. У него имеются стратегии либо создавать собственный магазин в отдельном помещении, либо организовывать сотрудничество с местными торговыми центрами. Всего можно выделить 5 стратегий решения: A_1, A_2, A_3, A_4, A_5. Успех торговой фирмы зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Эксперты выделяют 4 возможных варианта развития ситуации S_1, S_2, S_3, S_4. Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей a_{ij} (млн. р./год).

S_j \ A_i	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	8	12	14	5
A_2	9	10	11	10
A_3	2	4	9	22
A_4	12	14	10	1
A_5	15	6	7	14

Выбирать оптимальную стратегию игрока с помощью Критерия Гурвица.

Задание № 20

Директор торговой фирмы, продающей бытовую технику решил открыть представительство в областном центре. У него имеются стратегии либо создавать собственный магазин в отдельном помещении, либо организовывать сотрудничество с местными торговыми центрами. Всего можно выделить 5 стратегий решения: A_1, A_2, A_3, A_4, A_5. Успех торговой фирмы зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Эксперты выделяют 4 возможных варианта развития ситуации S_1, S_2, S_3, S_4. Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей a_{ij} (млн. р./год).

S_j / A_i	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	8	12	14	5
A_2	9	10	11	10
A_3	2	4	9	22
A_4	12	14	10	1
A_5	15	6	7	14

Выбирать оптимальную стратегию игрока с помощью Критерия Лапласа

Задание № 21

Директор торговой фирмы, продающей бытовую технику решил открыть представительство в областном центре. У него имеются стратегии либо создавать собственный магазин в отдельном помещении, либо организовывать сотрудничество с местными торговыми центрами. Всего можно выделить 5 стратегий решения: A_1, A_2, A_3, A_4, A_5. Успех торговой фирмы зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Эксперты выделяют 4 возможных варианта развития ситуации S_1, S_2, S_3, S_4. Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей a_{ij} (млн. р./год).

S_j / A_i	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	8	12	14	5
A_2	9	10	11	10
A_3	2	4	9	22
A_4	12	14	10	1
A_5	15	6	7	14

Выбирать оптимальную стратегию игрока с помощью Критерия максимального оптимизма.

Задание № 22

Нефтяная компания собирается построить в районе крайнего севера нефтяную вышку. Имеется 4 проекта A, B, C и D. Затраты на строительство (млн. руб.) зависят от того, какие погодные условия будут в период строительства. Возможны 5 вариантов погоды S_1, S_2, S_3, S_4, S_5. Выбрать оптимальный проект для строительства используя критерии Лапласа, Вальда, максимального оптимизма, Сэвиджа и Гурвица при $\alpha = 0,6$. Матрица затрат имеет вид:

$A_i \backslash S_j$	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
A_1	7	12	8	10	5
A_2	9	10	7	8	9
A_3	6	8	15	9	7
A_4	9	10	8	11	7

Задание № 23

Дебитор A желает выбрать один из четырех условий займа: A_1, A_2, A_3, A_4. Кредитор может на любой вариант займа ответить вариантом предоставления кредита B_1, B_2, B_3, B_4, B_5. Процентные ставки для дебитора при любом варианте кредитора представлены платежной матрицей:

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	6	1	8	4	4
A_2	9	6	7	5	8
A_3	3	7	6	2	8
A_4	2	6	7	3	3

Найти нижнюю и верхнюю цены игры.

Задание № 24

ИгрокA прячет в одной из рук монету. ИгрокB пытается угадать руку с монетой. ЕслиB не угадывает, то A получает от B 1 у.е. Если B угадывает руку с монетой и эта рука правая, то он получает от A 1 у.е. Если B находит монету в левой руке, то он получает от A 2 у.е. Определить оптимальные стратегии поведения для каждого игрока и средний выигрыш для A.

Задание № 25

Торговая организация A выделяет 1 млн. руб. на закупку товара на реализацию. Имеется выбор между закупкой товаров T_1 или T_2. Ожидаемая прибыль зависит от того, какой товар T_1 или T_2 будет закупать конкурент B.

Если оба будут закупать T_1, то ввиду конкуренции *A* понесет убытки в 200 тыс. руб. Если оба будут закупать T_2, то по той же причине *A* понесет убытки в 100 тыс. руб. Если *A* закупит T_1 а *B* закупит T_2, то прибыль *A* составит 900 тыс. руб. Если *A* закупит T_2 а *B* закупит T_1, то прибыль *A* составит 700 тыс. руб. Как лучше поступить игрокам при оптимальном поведении?

Задание № 26

Директор транспортной компании *A*, оказывающей транспортные услуги по перевозке пассажиров в областном центре, планирует открыть один или несколько маршрутов: A_1, A_2, A_3 и A_4. Для этого было закуплено 100 микроавтобусов. Он может поставить весь транспорт на одном из маршрутов (наиболее выгодном), либо распределить по нескольким маршрутам. Спрос на транспорт, а соответственно и прибыль компании во многом зависит от того, какие маршруты в ближайшее время откроет главный конкурент - компания *B*. Ее руководство полностью владеет ситуацией и может открыть несколько из пяти маршрутов B_1, B_2, B_3, B_4 и B_5. Оценки прибыли компании *A* (млн. руб.) при любом ответе *B* представлена платежной матрицей:

$A_i B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	5	6	4	6	9
A_2	6	5	3	4	8
A_3	7	6	6	7	5
A_4	6	7	5	4	3

Находим оптимальное распределение прибыли по маршрутам и ожидаемую прибыль.

Задание № 27

Построить прямую и двойственную задачи линейного программирования для решения матричной игры, заданной платежной матрицей: $\begin{pmatrix} 9 & 3 & 6 & 5 \\ 2 & 5 & 8 & 3 \\ 6 & 7 & 2 & 4 \\ 5 & 2 & 3 & 6 \\ 3 & 8 & 1 & 7 \end{pmatrix}$.

Тема 8. Нелинейное программирование

Задание № 28

Фирма производит товар двух видов в количествах x_1 и x_2. Задана функция полных издержек $C(x_1, x_2)$. Цены этих товаров на рынке равны P_1 и P_2. Определить, при каких объемах выпуска достигается максимальная прибыль, найти эту прибыль.

$C(x, y) = 7x_1^2 + 8x_1x_2 + 3x_2^2 + 90$, $P_1 = 110$, $P_2 = 70$.

Задание № 29

Сформулируйте Теорему Вейерштрасса.

Задание № 30

Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = 3 + 2xy$ в области:

$$4 \le x^2 + y^2 \le 8.$$

Задание № 31

Решить задачу нелинейного программирования:

$$F(x_1, x\ ) = 2x_1^2 - x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \le 2; \\ x_2 \le 4; \\ x_1 + x_2 - x_1x_2 \ge 0; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Тема 9. Динамическое программирование

Задание № 32

Производственное объединение состоит из 4 предприятий (n=4). Общая сумма капитальных вложений равна 700 млн. руб. (b=700), выделяемые предприятием суммы кратны 100 млн. руб. Если j-е предприятие получает инвестиции в объеме x млн. руб., то прирост годовой прибыли на этом предприятии составит $f_j(x)$ млн. руб. в год. Значения функций $f_j(x)$ приведены в таблице:

X	0	100	200	300	400	500	600	700
$f_1(x)$	0	20	34	46	53	55	60	60
$f_2(x)$	0	18	29	45	62	78	90	98
$f_3(x)$	0	25	41	52	74	82	88	90
$f_4(x)$	0	30	52	76	90	104	116	125

Требуется найти такое распределение инвестиций между предприятиями, которое максимизирует суммарный прирост прибыли на всех предприятиях вместе.

Задание № 33

Что такое динамическое программирование?

Задание № 34

Сформулируйте принцип оптимальности Беллмана.

Тема 10. Элементы теории графов

Задание № 35

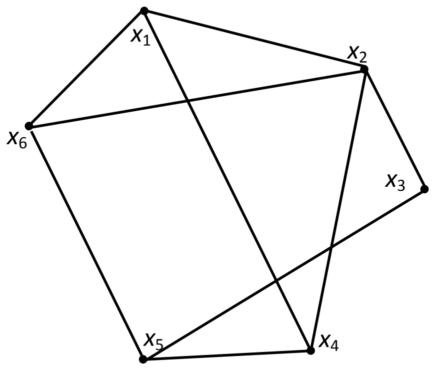
Как определяются элементы матрицы смежности неориентированного графа G=(X,U) с *n* вершинами?

Задание № 36

Как определяются элементы матрицы смежности ориентированного графа G=(X,U) с *n* вершинами?

Задание № 37

Для графа, изображенного на рисунке, найдите матрицу смежности.



Задание № 38

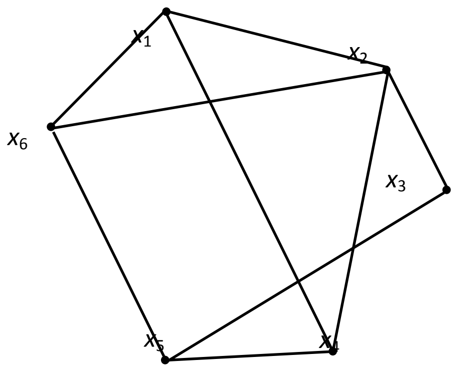
Как определяются элементы матрицы инцидентности неориентированного графа G=(X,U) с n вершинами и m ?

Задание № 39

Как определяются элементы матрицы инцидентности ориентированного графа G=(X,U) с n вершинами и m ?

Задание № 40

Для графа, изображенного на рисунке, найдите матрицу инцидентности.



Тема 11. Задача о коммивояжере

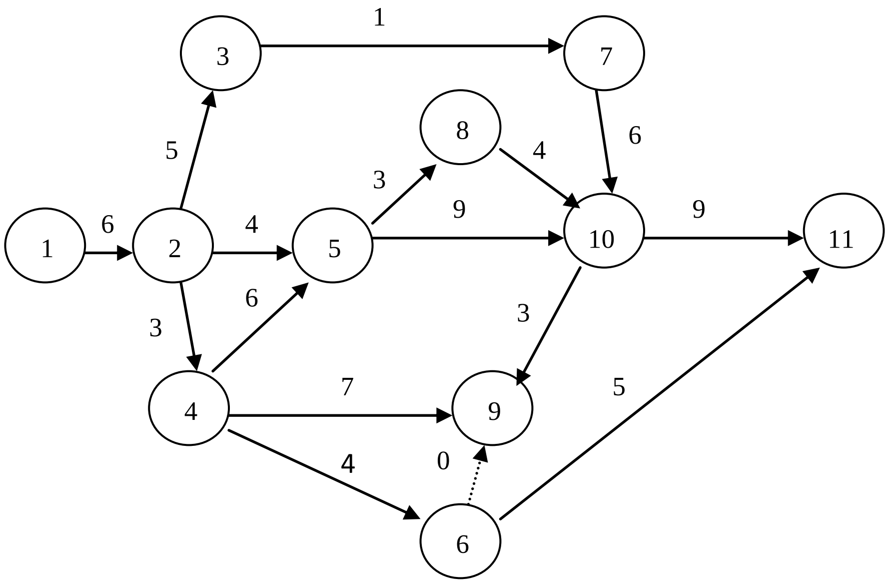
Задание № 41

Дайте классическую постановку задачи о коммивояжере.

Тема 12. Сетевое планирование

Задание № 42

Приведите пример пути данной сетевой модели.



Задание № 43

Структура сетевой модели и оценки продолжительности работ (в сутках) заданы в таблице. Найдите все характеристики СМ.

Работа	Продолжительность	
(i,j)	$t_{min}(i,j)$	$t_{max}(i,j)$
(1.2)	5	7.5
(2.3)	4	6.5
(2.4)	3	6
(2.5)	1	5.5
(3.7)	0.5	3.5

(4.5)	5	7.5
(4.6)	3	5.5
(4.9)	5	10
(5.8)	2	4.5
(5.10)	7	12
(6.9)	0	0
(6.11)	3	8
(7.10)	4	9
(8.10)	2	7
(9.10)	1	6
(10.11)	8	10.5

Задание № 44

Структура сетевой модели и оценки продолжительности работ (в сутках) заданы в таблице. Требуется:

а) оценить вероятность выполнения всего комплекса работ за 35 дней, за 30 дней;

б) оценить максимально возможный срок выполнения всего комплекса работ с надежностью 95% (т. е. p = 0,95).

Работа	Продолжительность	
(i,j)	$t_{min}(i,j)$	$t_{max}(i,j)$
(1.2)	5	7.5
(2.3)	4	6.5
(2.4)	3	6
(2.5)	1	5.5
(3.7)	0.5	3.5
(4.5)	5	7.5
(4.6)	3	5.5
(4.9)	5	10
(5.8)	2	4.5
(5.10)	7	12
(6.9)	0	0
(6.11)	3	8
(7.10)	4	9
(8.10)	2	7
(9.10)	1	6
(10.11)	8	10.5

2 ЭТАП – Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины

3.3. «Вопросы для проведения экзамена»:

1. Примеры экономических задач, приводящих к задачам линейного программирования.
2. Общая задача линейного программирования.
3. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.
4. Графический способ решения задачи линейного программирования.
5. Каноническая форма задачи линейного программирования.
6. Основная теорема линейного программирования.
7. Целенаправленный переход от одного решения к другому с помощью симплекс-таблиц.
8. Алгоритм решения задачи линейного программирования симплекс-методом.
9. Прямая и двойственная задачи (примеры экономических задач).
10. Двойственные симплекс-таблицы.
11. Три основные теоремы двойственности, их экономический смысл на примере задачи об использовании ресурсов.
12. Решение двойственной задачи ЛП.
13. Экономико-математическая модель транспортной задачи.
14. Методы построения первоначального опорного плана.
15. Признак оптимальности опорного решения транспортной задачи.
16. Алгоритм решения транспортной задачи методом потенциалов.
17. Формулировка задачи целочисленного программирования.
18. Графический метод решения задач целочисленного программирования.
19. Прогнозирование эффективного использования производственных площадей.
20. Метод Гомори.
21. Линейное программирование с параметром в целевой функции.
22. Определение диапазона оптимального решения выпуска продукции при изменении условий реализации.
23. Транспортная параметрическая задача.
24. Нахождение оптимальных путей транспортировки грузов при нестабильной загрузке дорог.
25. Игра как модель конфликтной ситуации.
26. Игра с седловой точкой.
27. Решение игры графическим способом.
28. Игры в условиях риска.
29. Общая постановка задачи нелинейного программирования.
30. Графический метод решения задачи нелинейного программирования.
31. Дробно-линейное программирование.
32. Метод множителей Лагранжа.
33. Уравнения Беллмана.
34. Экономические задачи, решаемые методами динамического

программирования.

35. Основные понятия теории графов.
36. Типы графов.
37. Способы задания графа, орграфа.
38. Задача о кратчайшем пути между вершинами графа. Задача о коммивояжере.
39. Примеры построения минимального гамильтонового цикла.
40. Задача сетевого планирования.
41. Основные требования к сетевому графику.
42. Ранние и поздние сроки начала и окончания работ.
43. Алгоритм вычисления временных характеристик.
44. Транспортная параметрическая задача.
45. Нахождение оптимальных путей транспортировки грузов при нестабильной загрузке дорог.
46. Игра как модель конфликтной ситуации.
47. Игра с седловой точкой.
48. Решение игры графическим способом.
49. Игры в условиях риска.
50. Общая постановка задачи нелинейного программирования.

Задания закрытого типа (Тестовые задания)

Общие критерии оценивания

№ п/п	Процент правильных ответов	Оценка
1	86 % – 100 %	5 («отлично»)
2	70 % – 85 %	4 («хорошо)
3	51 % – 69 %	3 (удовлетворительно)
4	50 % и менее	2 (неудовлетворительно)

Номер вопроса и проверка сформированной компетенции

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
1	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	19	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
2	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	20	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
3	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	21	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
4	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	22	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
5	ОК-3,	23	ОК-3,

	ОПК-3, ОПК-4		ОПК-3, ОПК-4
6	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	24	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
7	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	25	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
8	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	26	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
9	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	27	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
10	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	28	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
11	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	29	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
12	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	30	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
13	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	31	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
14	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	32	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
15	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	33	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
16	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	34	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
17	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	35	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
18	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	36	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4

Ключ ответов

Тема 1. № вопроса	Верный ответ	Тема 2. № вопроса	Верный ответ	Тема 3. № вопроса	Верный ответ	Тема 4. № вопроса	Верный ответ
1	2	4	1,4	7	1–В; 2–Г; 3–Б; 4–А	10	3
2	4	5	1	8	2,1,4,3	11	4
3	1	6	3	9	1–Б; 2–В; 3–Г; 4–В	12	2

Ключ ответов

Тема 5. № вопроса	Верный ответ	Тема 6. № вопроса	Верный ответ	Тема 7. № вопроса	Верный ответ	Тема 8. № вопроса	Верный ответ
13	4	16	1	19	4	22	4
14	1	17	1	20	1,4	23	2
15	1,3	18	2	21	1–Б; 2–А; 3–Г; 4–В	24	1–Б; 2–В; 3–Г; 4–А

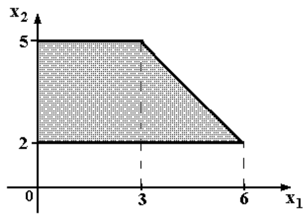
Ключ ответов

Тема 9. № вопроса	Верный ответ	Тема 10. № вопроса	Верный ответ	Тема 11. № вопроса	Верный ответ	Тема 12. № вопроса	Верный ответ
25	1	28	2	31	1	34	1,3
26	2,4	29	3	32	3	35	2,4
27	3	30	1–Б; 2–Г; 3–А; 4–В	33	3,2,1,4	36	3

Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля по темам дисциплины:

Задание № 1

Область допустимых решений задачи линейного программирования имеет вид:

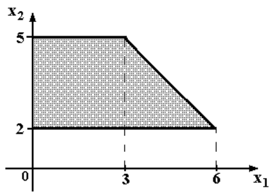


Тогда максимальное значение функции $z = x_1 + 2x_2$ равно …

1. 11;
2. 13;
3. 10;
4. 14.

Задание № 2

Область допустимых решений задачи линейного программирования имеет вид:



Тогда максимальное значение функции $z = 2x_1 + x_2$ равно …

1. 10;
2. 15;
3. 11;
4. 14.

Задание № 3

Вектор градиента при решении задачи линейного программирования геометрическим методом имеет вид:

$$3x_1 - x_2 \to \max;$$
$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \le 10; \\ x_1 - x_2 \ge 1; \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0.$$

1. (3; -1);
2. (2; 5);
3. (10; 1);
4. (0; 1).

Задание № 4

План, удовлетворяющий системе ограничений задачи, называется …

1. допустимым;
2. оптимальным;
3. эффективным;
4. опорным.

Задание № 5

Симплексный метод решения задач линейного программирования используется для решения:

1. неканонической задачи с двумя переменными;
2. канонической задачи с двумя переменными;
3. неканонической задачи с тремя переменными;
4. канонической задачи с любым числом переменных.

Задание № 6

Симплексный метод – это:

1. алгоритм, который используется для решения целочисленных задач параметрического программирования;
2. алгоритм, который используется для решения целочисленных задач линейного программирования;
3. метод, который используется для решения задач линейного программирования;
4. метод, который используется для решения задач динамического программирования.

Задание № 7

Установить соответствие между свойствами двойственной задачи.

Столбец 1		Столбец 2	
1	Если прямая задача на минимум	А	то ее система ограничений представляется в виде неравенств типа ≤
2	Число ограничений прямой задачи равно	Б	равно числу переменных прямой
3	Число ограничений двойствен-ной	В	ее система ограничений имеет вид неравенств типа ≥
4	Если прямая задача на максимум	Г	числу переменных двойственной

Задание № 8

Составьте верную последовательность операций при составлении двойственной задачи:

1. составить расширенную матрицу из коэффициентов при переменных системы ограничений, столбца свободных членов и строки коэффициентов целевой функции;
2. проверить соответствие задачи стандартному виду;
3. сформулировать двойственную задачу;
4. транспонировать полученную матрицу.

Задание № 9

Установить соответствие между свойствами двойственной задачи.

Столбец 1		Столбец 2	
1	Если прямая задача на максимум	А	являются свободными членами ограничений двойственной задачи
2	Коэффициенты c_i целевой функции прямой задачи	Б	то двойственная к ней — на минимум, и наоборот

3	Свободные члены b_i ограничений прямой задачи	В	являются транспонированными друг к другу
4	Матрицы ограничений прямой и двойственной задач	Г	являются коэффициентами целевой функции двойственной

Задание № 10

Дана транспортная задача:

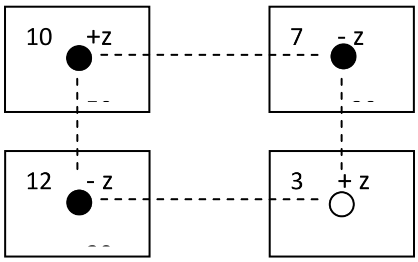
Предложение\Спрос	200	Z	170
380	a_{11}	a_{12}	a_{13}
210	a_{21}	a_{22}	a_{23}

При каком значении Z транспортная задача будет закрытой:

1. 130;
2. 185;
3. 220;
4. 210.

Задание № 11

Поставка Z в распределительном методе решения транспортной задачи по приведенной схеме равна:



1. 30;
2. 3;
3. 7;
4. 20.

Задание № 12

Циклом в транспортной задаче мы будем называть …

1. несколько занятых клеток, соединённых замкнутой ломанной линией, которая в каждой клетке совершает поворот на 45°;
2. несколько занятых клеток, соединённых замкнутой ломанной линией, которая в каждой клетке совершает поворот на 90°;
3. несколько занятых клеток, соединённых замкнутой ломанной линией, которая в каждой клетке совершает поворот на 30°;

4. несколько занятых клеток, соединённых замкнутой ломанной линией, которая в каждой клетке совершает поворот на 120°.

Задание № 13

Даны функции спроса $q = \frac{p+8}{p+1}$ и предложения $s = 2p + 2{,}5$, где р – цена товара.

Тогда равновесная цена равна …

1. 2,75;
2. 5,5;
3. 4,5;
4. 1.

Задание № 14

Алгоритм Гомори – это:

1. алгоритм, который используется для решения полностью целочисленных задач линейного программирования;
2. алгоритм, который используется для решения частично целочисленных задач линейного программирования;
3. алгоритм, который используется для решения нелинейный оптимизационных задач;
4. алгоритм, который используется для решения параметрических оптимизационных задач.

Задание № 15

Какие методы применяются для решения задач целочисленного программирования?

1. Метод Гомори;
2. Метод Гаусса;
3. Метод ветвей и границ;
4. Метод спуска.

Задание № 16

Допустимый план, доставляющий функции цели экстремальное значение, называется…

1. оптимальным;
2. условным;
3. универсальным;
4. допустимым.

Задание № 17

Функцию, экстремальное значение которой нужно найти в условиях экономических возможностей, называют ...

1. целевой;
2. экстремальной;
3. максимальной;
4. условной.

Задание № 18

Целевая функция – это:

1. графическая схема процесса;
2. математическое выражение, отражающее выбранный критерий эффективности функционирования исследуемой системы в её математической модели;
3. модель исследуемой системы, содержащая требуемый параметр, который оценивают на основе имеющихся эмпирических данных с помощью того или иного статистического метода.
4. знаковая система, используемая для представления знаний.

Задание № 19

Нижняя цена матричной игры задана платежной матрицей $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$, равна …

1. 4;
2. 4;
3. 2;
4. 3.

Задание № 20

Матрица выигрышей в игре с природой имеет вид: …

$$\left(\begin{array}{l|c|c} & P(Q_1)=0{,}8 & P(Q_2)=0{,}2 \\ \hline a_1 & 1 & 5 \\ a_2 & 2 & 4 \\ a_3 & 3 & 2 \\ a_4 & 4 & 1 \end{array}\right)$$

Тогда оптимальной байесовской стратегией является …

1. a_1;
2. a_2;
3. a_3;
4. a_4.

Задание № 21

Установите соответствие между платежной матрицей и ее ценой игры.

Столбец 1		Столбец 2	
1	$\begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 17 & 10 \end{pmatrix}$	А	3,5
2	$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$	Б	11,75
3	$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$	В	2,5
4	$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$	Г	1,5

Задание № 22

Функция полезности потребителя имеет вид $u = \sqrt{xy}$. Цена на благо x равна 20, на благо y равна 10, доход потребителя равен 200. Тогда оптимальный набор благ потребителя имеет вид …

1. x = 0; y = 20;
2. x = 10; y = 1;
3. x = 8; y = 4;
4. x = 5; y = 10.

Задание № 23

Дана функция полезности $u = 2x + 6\sqrt{y}$. Тогда кривая безразличия задается уравнением …

1. $\dfrac{x}{6\sqrt{y}} = C$;
2. $2x + 6\sqrt{y} = C$;
3. $6x\sqrt{y} = C$;
4. $1 + \dfrac{3}{\sqrt{y}} = C$.

Задание № 24

Установите соответствие между видами программирования и их понятиями.

Столбец 1		Столбец 2	
1	Целочисленное программирование	А	– метод достижения наилучшего результата (такого как максимальная прибыль или наименьшие затраты) в математической модели, требования которой представлены линейными соотношениями.
2	Динамическое программирование	Б	– это задача математической оптимизации или выполнимости, в которой некоторые или все переменные должны быть целыми числами.
3	Параметрическое программирование	В	– способ решения сложных задач путём разбиения их на более простые подзадачи.
4	Линейное программирование	Г	-это разновидность математической оптимизации, при которой задача оптимизации решается как функция одного или нескольких параметров.

Задание № 25

Математическая модель задачи – это …

1. отражение оригинала в виде функций, уравнений, неравенств, цифр и т. д.;
2. методы и модели линейного программирования;
3. прибыль, объем выпуска или реализации, затраты производства, издержки обращения, уровень обслуживания или дефицитности, число комплектов, отходы и т. д.
4. графическая схема объекта.

Задание № 26

Какую задачу нельзя решать методами динамического программирования:

1. разработка правил управления запасами;
2. распределение инвестиций между предприятиями;
3. разработка принципов календарного планирования производства;
4. определения оптимального ассортимента продукции.

Задание № 27

Какой принцип заложен в основе динамического программирования?

1. Принцип оптимальности Колмогорова;
2. Принцип оптимальности Контровича;
3. Принцип оптимальности Беллмана;
4. Принцип оптимальности Фехнера.

Задание № 28

Вероятностная модель - это:

1. математическая модель;
2. математическая модель реального явления, содержащего элементы случайности;
3. статистическая модель;
4. вероятностно-статистическая модель

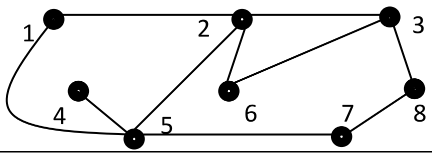
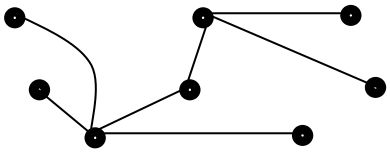
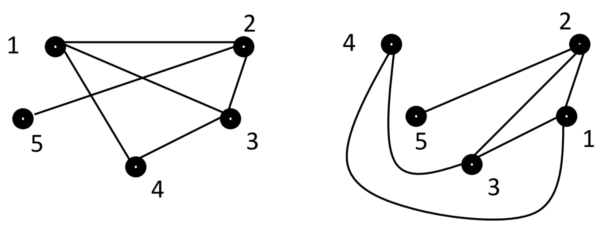
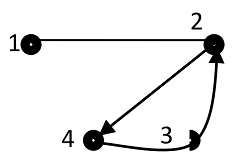
Задание № 29

Два графа G и G' называются *изоморфными*, если..

1. если пары вершин (x_i, x_j) в множестве U являются неупорядоченными;
2. если для него можно найти такой изоморфный граф, ребра которого не пересекаются;
3. они имеют одни и те же множества вершин $X = \{x_1,...,x_n\}$ и множества ребер (дуг) $U = \{u_1,...,u_m\}$, но изображены по разному статистическая модель;
4. если пары вершин (x_i, x_j) в множестве U являются упорядоченными.

Задание № 30

Установите соответствие между графами и их видами

<table>
<tr><td colspan="2">Столбец 1</td><td colspan="2">Столбец 2</td></tr>
<tr><td>1</td><td>
</td><td>А</td><td>Изоморфные графы</td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td>Б</td><td>Неориентированный граф</td></tr>
<tr><td>3</td><td>
</td><td>В</td><td>Смешанный граф</td></tr>
<tr><td>4</td><td>
</td><td>Г</td><td>Дерево</td></tr>
</table>

Задание № 31

Эмпирическая модель – математическая модель,…

1. содержащая числовые параметры, значения которых обоснованы данными опыта или наблюдения;
2. содержащая числовые параметры, значения которых обоснованы теоретически;
3. содержащая числовые параметры, значения которых обоснованы наиболее существенными взаимосвязями и закономерностями поведения управляемой системы в математической форме;
4. содержащая качественные параметры, значения которых обоснованы стохастически.

Задание № 32

Математические основы решение задачи коммивояжера составляют…

1. понятия теории функций;
2. понятия теории матриц;
3. понятия теории графов;
4. понятия теории логарифмов.

Задание № 33

Составьте верную последовательность классической постановки задачи о коммивояжере.

1. коммивояжер должен побывать во всех городах по 1 разу;
2. выезжая из исходного города А1;
3. Имеется N городов;
4. и вернуться в город А1.

Задание № 34

В системах с ограниченным ожиданием может ограничиваться:

1. длина очереди;
2. число каналов;
3. время пребывания в очереди
4. время остановки.

Задание № 35

Анализ сетевой модели осуществляется …

1. в дифференциальной форме;
2. в графической форме;
3. в функциональной форме;
4. в табличной форме.

Задание № 36

Математический аппарат сетевых моделей базируется на …

1. интегральном исчислении;
2. на теории игр;
3. теории графов;
4. дифференциальном исчислении.

Задания открытого типа (типовые задания, ситуационные задачи)

Общие критерии оценивания

№ п/п	Процент правильных ответов	Оценка
1	86 % – 100 %	5 («отлично»)
2	70 % – 85 %	4 («хорошо)
3	51 % – 69 %	3 (удовлетворительно)
4	50 % и менее	2 (неудовлетворительно)

Номер вопроса и проверка сформированной компетенции

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
1	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	23	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
2	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	24	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
3	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	25	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
4	ОК-3,	26	ОК-3,

	ОПК-3, ОПК-4		ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
5	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	27	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
6	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	28	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
7	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	29	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
8	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	30	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
9	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	31	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3,		ОК-3, ОПК-3,

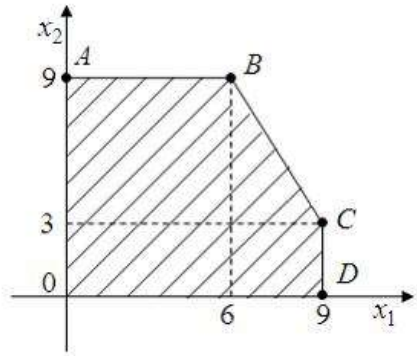
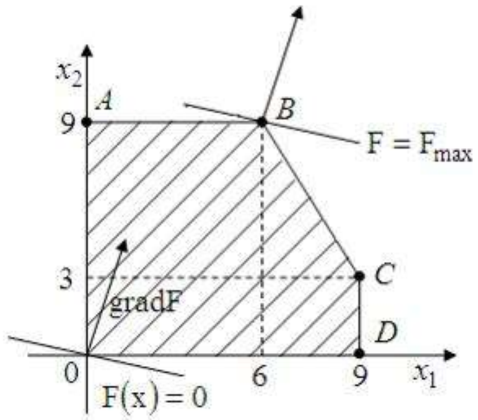
	ОПК-4		ОПК-4
10	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	32	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
11	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	33	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
12	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	34	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
13	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	35	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
14	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	36	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
15	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	37	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4

	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
16	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	38	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
17	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	39	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
18	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	40	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
19	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	41	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
20	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	42	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
21	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	43	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3,		ОК-3,

	ОПК-3, ОПК-4		ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
22	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4	44	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4
	ОК-3, ОПК-3, ОПК-4		ОК-3, ОПК-3, ОПК-4

Ключ ответов к заданиям открытого типа

№ вопроса	Верный ответ
1	1. С учетом системы ограничений строим область допустимых решений Ω 2. Строим вектор $\vec{c}=(c_1,c_2)$ наискорейшего возрастания целевой функции — вектор градиентного направления. 3. Проводим произвольную линию уровня $Z=Z_0$ 4. При решении задачи на максимум перемещаем линию уровня $Z=Z_0$ в направлении вектора c так, чтобы она касалась области допустимых решений в ее крайнем положении (крайней точке). В случае решения задачи на минимум линию уровня $Z=Z_0$ перемещают в антиградиентном направлении 5. Определяем оптимальный план $\vec{x}^*=(x_1^*,x_2^*)$ и экстремальное значение целевой функции $Z^*=z(\vec{x}^*)$.
2	Построим область допустимых решений из системы ограничений, находя последовательно множество решений каждого из неравенств. Неравенство $2x_1+x_2\le 21$ задаёт полуплоскость, ограниченную снизу (справа) прямой $2x_1+x_2=21$ (BC). Прямая $2x_1+x_2=21$ проходит через точки $(6;\ 9)$ и $(9;\ 3)$. Неравенство $x_1\le 9$ задаёт полуплоскость, ограниченную сверху прямой $x_1=9$. Прямая $x_1=9$ (CD) проходит через точки $(9;\ 0)$ и $(9;\ 3)$. Неравенство $x_2\le 9$ задаёт полуплоскость, ограниченную сверху прямой $x_2=9$. Прямая $x_2=9$ (AB) проходит через точки $(0;\ 9)$ и $(6;\ 9)$. Неравенства $x_1\ge 0$ и $x_2\ge 0$ ограничивают множество допустимых решений I-ой координатной четвертью.

	 Построим линию уровня $F(x_1, x_2) = 2x_1 + 4x_2 = 0$ и градиент целевой функции $\vec{c} = (\partial F/\partial x_1, \partial F/\partial x_2) = (2;4)$. Тогда целевая функция будет принимать максимальное значение в точке «выхода» линии уровня из области допустимых решений в направлении градиента. Это точка $B(6;9)$  Следовательно, $F_{\max} = F(6;9) = 1 \cdot 6 + 4 \cdot 9 = 42$
3	Модель задачи математического программирования включает: 1) совокупность неизвестных величин, действуя на которые, систему можно совершенствовать. Их называют планом задачи; 2) целевую функцию, экстремальное значение которой нужно найти в условиях экономических возможностей. Целевая функция позволяет выбирать наилучший вариант - из множества возможных. Это может быть прибыль, объем выпуска или реализации, затраты производства, издержки обращения; 3) Экономические возможности формализуются в виде системы ограничений, которые следуют из условий производственных и технологических процессов.
4	ЗЛП с двумя переменными и в неканонической форме можно решить графически.
5	Пусть x_1, x_2, x_3, x_4 - объёмы продукции $П_1, П_2, П_3, П_4$, планируемый к выпуску; Z - сумма ожидаемой выручки. Математическая модель прямой задачи: $\max Z = 65x_1 + 70x_2 + 60x_3 + 120x_4;$ $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 8x_4 \le 4800, \\ 2x_1 + 10x_2 + 6x_3 \le 2400, \\ x_1 + 2x_3 + x_4 \le 1500, \end{cases}$ $x_j \ge 0 \qquad (j = 1,...,4)$
6	Математическая модель двойственной задачи: $\min f = 4800y_1 + 2400y_2 + 1500y_3;$

<table>
<tr><td></td><td>$$\begin{cases} 4y_1 + 2y_2 + y_3 \ge 65, \\ 2y_1 + 10y_2 \ge 70, \\ 2y_1 + 6y_2 + 2y_3 \ge 60, \\ 8y_1 + y_3 \ge 120, \end{cases}$$
$y_1 \ge 0 \quad (i = 1,...,3)$</td></tr>
<tr><td>7</td><td>1. Если прямая задача на максимум, то двойственная к ней — на минимум, и наоборот.
2. Коэффициенты c_i целевой функции прямой задачи являются свободными членами ограничений двойственной задачи.
3. Свободные члены b_i ограничений прямой задачи являются коэффициентами целевой функции двойственной.
4. Матрицы ограничений прямой и двойственной задач являются транспонированными друг к другу.
5. Если прямая задача на максимум, то ее система ограничений представляется в виде неравенств типа $\le$. Двойственная задача решается на минимум, и ее система ограничений имеет вид неравенств типа $\ge$.
6. Число ограничений прямой задачи равно числу переменных двойственной, а число ограничений двойственной — числу переменных прямой.
7. Все переменные в обеих задачах неотрицательны.</td></tr>
<tr><td>8</td><td>Если для некоторых допустимых планов $\vec{x}^*$ и $\vec{y}^*$ пары двойственных задач выполняется неравенство $z(\vec{x}^*) = f(\vec{y}^*)$, то $\vec{x}^*$ и $\vec{y}^*$ являются оптимальными планами соответствующих задач.</td></tr>
<tr><td>9</td><td>Теорема (малая теорема двойственности).
Для существования оптимального плана любой из пары двойственных задач необходимо и достаточно существование допустимого плана для каждой из них.</td></tr>
<tr><td>10</td><td>Данная транспортная задача является закрытой, так как запасы поставщиков 800+900+600=2300 равны спросу потребителей 300+600+650+750=2300.</td></tr>
<tr><td>11</td><td>Математическая модель ЗЛП в данном случае имеет вид:
x_{ij}; $i = 1,2,3$; $j = 1,2,3,4$ - количество щебенки, перевозимой с i – го карьера на j – й объект. Тогда целевая функция равна
$$8x_{11} + 4x_{12} + x_{13} + 7x_{14} + 3x_{21} + 6x_{22} + 7x_{23} + 3x_{24} + \\ + 6x_{31} + 5x_{32} + 11x_{33} + 8x_{34} \to \min.$$
Ограничения имеют вид
$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 800; \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 900; \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 600; \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 300; \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 600; \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 650; \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 750; \end{cases}$$
$x_{ij} \ge 0.$</td></tr>
<tr><td>12</td><td><table><tr><td></td><td>B_1</td><td>B_2</td><td>B_3</td><td>B_4</td><td>B_5</td><td>Запасы a_i</td></tr><tr><td>A_1</td><td>10
18</td><td>8
27</td><td>5
3</td><td>6</td><td>9</td><td>48</td></tr></table></td></tr>
</table>

A_2	6	7	8 30	6	5	30
A_3	8	7	10 9	8 12	7 6	27
A_4	7	5	4	6	8 20	20
Заявки b_j	18	27	42	12	26	125

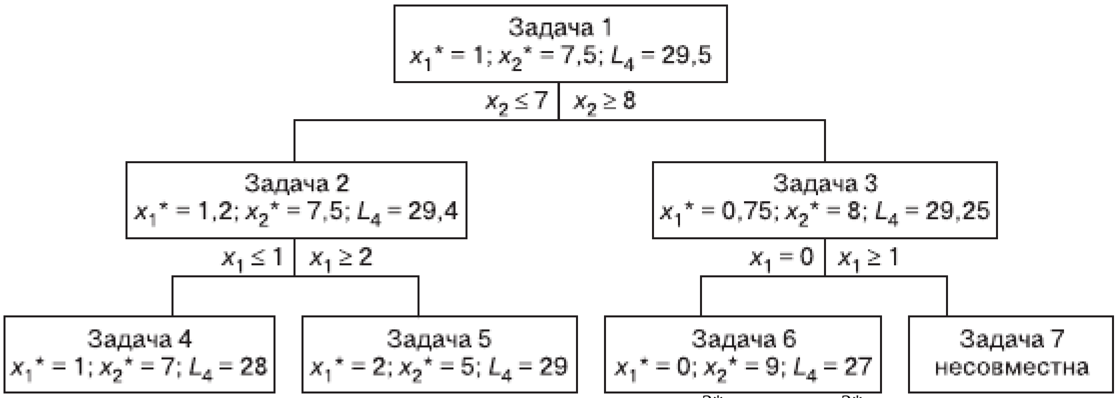
13

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запасы a_i
A_1	10	8	5 42	6 6	9	48
A_2	6 4	7	8	6	5 26	30
A_3	8	7 27	10	8	7 0	27
A_4	7 14	5	4	6 6	8	20
Заявки b_j	18	27	42	12	26	125

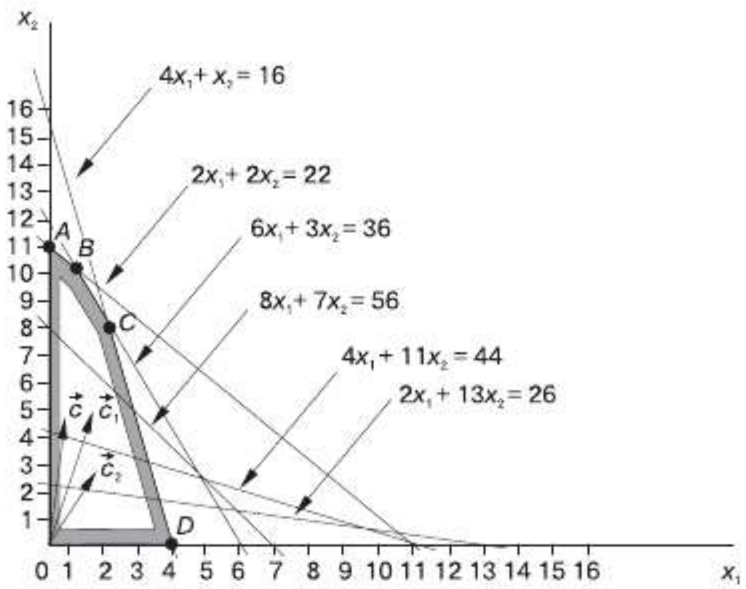
14	1. Взять любой опорный план перевозок, в котором отмечены $m + n - 1$ базисных клеток (остальные клетки свободные). 2. Определить для этого плана платежи (α_i и β_j) исходя из условия, чтобы в любой базисной клетке псевдостоимости были равны стоимостям. Один из платежей можно назначить произвольно, например, положить равным нулю. 3. Подсчитать псевдостоимости $\check{c}_{i,j} = \alpha_i + \beta_j$ для всех свободных клеток. Если окажется, что все они не превышают стоимостей, то план оптимален. 4. Если хотя бы в одной свободной клетке псевдостоимость превышает стоимость, следует приступить к улучшению плана путём переброски перевозок по циклу, соответствующему любой свободной клетке с отрицательной ценой (для которой псевдостоимость больше стоимости). 5. После этого заново подсчитываются платежи и псевдостоимости, и, если план ещё не оптимален, процедура улучшения продолжается до тех пор, пока не будет найден оптимальный план.
15	В результате решения задачи симплекс-методом найдем оптимальное решение: $x_1^{1*} = 1$; $x_2^{1*} = 7{,}5$, $L_1 = 29{,}5$, где верхний индекс переменных – номер задачи. В полученном решении $x_2 = 7{,}5$ – нецелочисленное. Поэтому для дальнейшего решения составляем две новые задачи с различными граничными условиями.

<table>
<tr><td></td><td>
Задача 2:
$\max L = 7x_1 + 3x_2;$
$5x_1 + 2x_2 \le 20;$
$8x_1 + 4x_2 \le 38;$
$x_1 \ge 0;$
$0 \le x_2 \le 7.$

Задача 3:
$\max L = 7x_1 + 3x_2;$
$5x_1 + 2x_2 \le 20;$
$8x_1 + 4x_2 \le 38;$
$x_1 \ge 0;$
$x_2 \ge 8.$



Результаты решения симплекс-методом задачи 2: $x_1^{2*} = 1{,}2$; $x_2^{2*} = 7$; $L_2 = 29{,}4$.
Результаты решения симплекс-методом задачи 3: $x_1^{3*} = 0{,}75$; $x_2^{3*} = 8$; $L_3 = 29{,}25$.
В задаче 1 переменная $x_1^1 = 1$ – целочисленная, а при целочисленности x_2 в последующих задачах x_1 перестала быть целочисленной. Затем следует накладывать ограничения целочисленности на x_1 и т. д.
В качестве оптимального принимается решение задачи 5, которое дает наибольшее из целочисленных решений значение целевой функции.
</td></tr>
<tr><td>16</td><td>
Математически задача формулируется в виде:
$$\begin{cases} \max[(2+t)x_1 + (13-t)x_2] \\ 4x_1 + x_2 \le 16; \\ 2x_1 + 2x_2 \le 22; \\ 6x_1 + 3x_2 \le 36; \\ x_1, x_2 \ge 0;\ \ 0 \le t \le 10. \end{cases}$$
Для решения задачи строим многоугольник решений, определенный системой линейных неравенств и условием неотрицательности переменных.
После этого, полагая t = 0, строим целевую функцию $2x_1 + 13x_2 = 26$ (число 26 – произвольно) и вектор c = (2; 13). Передвигая эту прямую в направлении вектора c, можно установить последнюю ее точку с многоугольником решений OABCD, т. е. точку A(0; 11).
</td></tr>
</table>



Следовательно, задача, при t = 0, имеет оптимальный план $x_0^* = (0;\ 11)$. Это означает, что если цена изделия А равна 2 + 0 = \$2, а цена изделия В 13 – 0 = \$13, то в оптимальном плане производство изделий А не предусматривается, а изделий В, требуется изготовить в количестве 11 ед. и максимальная выручка составит max F = \$143.

17 Данный критерий основывается на принципе максимального пессимизма, то есть на предположении, что скорее всего, произойдет наиболее худший вариант развития ситуации и риск наихудшего варианта нужно свести к минимуму. Для применения критерия нужно для каждой альтернативы выбрать наихудший показатель привлекательности α_i (наименьшее число в каждой строке матрицы выигрышей) и выбрать ту альтернативу, для которой этот показатель максимальный. Для нашего примера: $\alpha_1 = 5;\ \alpha_2 = 9; \alpha_3 = 2;\ \alpha_4 = 1;\ \alpha_5 = 6.$ Видно, что наилучшим из наихудших показателей обладает стратегия A_2, для нее $\alpha_2 = 9$ наибольшее.

18 Он основан на принципе минимизации потерь, связанных с тем, что игрок принял не оптимальное решение. Для решения задачи составляется матрица потерь, которая называется ***матрицей рисков*** r_{ij}, которая получается из матрицы выигрышей a_{ij} путем вычитания из максимального элемента каждого столбца $a_j^{\max} = \max_i(a_{ij})$ всех остальных элементов. В рассматриваемом примере эта матрица есть:

A_i \ S_j	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	7	2	0	17
A_2	6	4	3	12
A_3	13	10	5	0
A_4	3	0	4	21
A_5	0	8	7	8

Далее, для каждой альтернативы определяем величины β_i, равные максимальному риску (наибольшее число в каждой строке матрицы рисков) и выбирают ту альтернативу, для которой максимальный риск минимален. В нашем примере: $\beta_1 = 17;\ \beta_2 = 12;\ \beta_3 = 13;\ \beta_4 = 21;\ \beta_5 = 18,$ минимально $\beta_2 = 12.$ Принимаем альтернативу A_2.

<table>
<tr><td>19</td><td>

$$F_1 = 14 \cdot 0{,}7 + 5 \cdot (1 - 0{,}7) = 11{,}3;$$
$$F_2 = 11 \cdot 0{,}7 + 9 \cdot 0{,}3 = 10{,}4;$$
$$F_3 = 22 \cdot 0{,}7 + 2 \cdot 0{,}3 = 16{,}0;$$
$$F_4 = 14 \cdot 0{,}7 + 1 \cdot 0{,}3 = 10{,}1;$$
$$F_5 = 15 \cdot 0{,}7 + 6 \cdot 0{,}3 = 12{,}3.$$

В соответствии с расчетами игроку следует выбрать альтернативу A_3.</td></tr>
<tr><td>20</td><td>Выбирается та стратегия, для которой функция полезности максимальна. Для примера:

$$F_1 = \tfrac{1}{4}(8 + 12 + 14 + 5) = 9{,}75;$$
$$F_2 = \tfrac{1}{4}(9 + 10 + 11 + 10) = 10;$$
$$F_3 = \tfrac{1}{4}(2 + 4 + 9 + 22) = 9{,}25;$$
$$F_4 = \tfrac{1}{4}(12 + 14 + 10 + 1) = 9{,}25;$$
$$F_5 = \tfrac{1}{4}(15 + 6 + 7 + 14) = 10{,}5.$$

Видно, что функция полезности максимальна для стратегии A_5, следовательно, ее рациональнее всего принять.</td></tr>
<tr><td>21</td><td>Наиболее простой критерий, основывающийся на идее, что игрок, имея возможность в некоторой степени управлять ситуацией, рассчитывает, что произойдет такое развитие ситуации, которое для него является наиболее выгодным. В соответствии с критерием принимается стратегия, соответствующая максимальному элементу матрицы выигрышей. Для приведенного примера эта величина $a_{34} = 22$, поэтому выбираем стратегию A_3.</td></tr>
<tr><td>22</td><td>Критерий Вальда: среди наилучших вариантов α_1=12, α_2=10, α_3=15, α_4=11, наихудший соответствует α_2=10, следовательно принимаем альтернативу A_2.
Критерии Сэвиджа имеет матрицу рисков:

A_iS_j	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
A_1	1	4	1	2	0
A_2	3	2	0	0	4
A_3	0	0	8	1	2
A_4	3	2	1	3	2

Максимальные элементы для каждого критерия матрицы рисков равны: β_1=4; β_2=4; β_3=8; β_4=3. Принимаем стратегию, соответствующую минимальному значению β_4=3, то есть A_4.
В соответствии с критерии Гурвица на уровне $\alpha = 0{,}6$, функции полезности равны:

$F_1 = 5 \cdot 0{,}6 + 12 \cdot 0{,}4 = 7{,}8;$ $F_2 = 7 \cdot 0{,}6 + 10 \cdot 0{,}4 = 8{,}2;$

$F_3 = 6 \cdot 0{,}6 + 15 \cdot 0{,}4 = 9{,}6;$ $F_4 = 7 \cdot 0{,}6 + 11 \cdot 0{,}4 = 8{,}6.$

Принимаем альтернативу A_2 с наименьшей функцией полезности $F_1 = 7{,}8$.
Критерий Лапласа.

$F_1 = (7 + 12 + 8 + 10 + 5)/5 = 8{,}4;$

$F_2 = (9 + 10 + 7 + 8 + 9)/5 = 8{,}6;$

$F_3 = (6 + 8 + 15 + 9 + 7)/5 = 9;$

$F_4 = (9 + 10 + 8 + 11 + 7)/5 = 9.$

Следует выбрать альтернативу A_1.
Критерий максимального оптимизма. Соответствует стратегии, для которой</td></tr>
</table>

a_{ij} минимальное.

23

Находим минимальные элементы каждой строки платежной матрицы α_I и из них находим максимальное значение. Из максимальных элементов каждого столбца β_j выбираем минимальный.

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	α_i
A_1	6	1	8	4	4	*1*
A_2	9	6	7	$\boxed{5}$	8	$\boxed{5}$
A_3	3	7	6	2	8	*2*
A_4	2	6	7	3	3	*2*
β_j	*9*	*7*	*8*	$\boxed{5}$	*8*	

Видно, что верхние и нижние цены игры совпадают $\alpha = \beta = \nu = 5$, следовательно, для обоих игроков выгодны стратегии (A_2, B_4) и процентная ставка, равная 5. При принятии игроками иной стратегии, отличной от оптимальной, этот игрок только проиграет.

24

Пусть стратегии игроков: A_1 – спрятать в правой; B_1 – искать в правой; A_2 – спрятать в левой; B_2 – искать в левой. Игровая матрица для данной ситуации относительно игрока А имеет вид:

A_i \ B_j	B_1	B_2
A_1	-1	1
A_2	1	-2

Тогда вероятности чистых стратегий в смешанной равны:
$p_1 = \frac{-2-1}{-1-2-1-1} = \frac{3}{5}$, $p_2 = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$, $q_1 = \frac{-2-1}{-1-2-1-1} = \frac{3}{5}$, $q_2 = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$. Цена игры равна $\nu = \frac{(-1)\cdot(-2) - 1\cdot 1}{-1-2-1-1} = -\frac{1}{5}$.

Таким образом, игроку *А* нужно случайно чередовать руки с монетой, но в правой руке прятать в среднем в трех случаях из пяти, а в левой в двух случаях из пяти. В это случае в каждой игре в среднем *А* получит (-1/5) руб., то есть теряет 20 коп., игра для *А* не выгодная. Для игрока В выгодно также чередовать руки в которых он ищет монету, но в правой руке искать в 3 случаях из 5, что приведет к среднему выигрышу для него в 20 коп. за игру.

25

Обозначим стратегии игроков:
A_1 – компания *А* закупает товар T_1,
A_2 – компания *А* закупает товар T_2,
B_1 – компания *В* закупает товар T_1,
B_2 – компания *В* закупает товар T_2.
Платежная матрица имеет вид:

A_i \ B_j	B_1	B_2
A_1	-200	900
A_2	700	-100

Тогда вероятности чистых стратегий в смешанной равны:

$$p_1 = \frac{-100-700}{-200-100-700-900} = \frac{8}{19},\ p_2 = 1 - \frac{8}{19} = \frac{11}{19},$$

$$q_1 = \frac{-100-900}{-200-100-700-900} = \frac{10}{19},\ q_2 = 1 - \frac{10}{19} = \frac{9}{10}.$$

Цена игры равна
$$\nu = \frac{(-200)\cdot(-100) - 900\cdot 700}{-200-100-700-900} = 226{,}316.$$

Следовательно, игроку выгодно реализовать обе стратегии A_1и A_1 в долях 8/19=0,421 и 11/19=0,579, то есть закупить и товар T_1, и T_2. При этом T_1 должен быть закуплен на сумму 421 тыс. руб., а T_2 на сумму 579 тыс. руб. Прибыль, не зависимо от поведения соперника, составит 226316 руб. То же можно сказать и для игрока *B* (если, конечно, игра антагонистическая и выигрыш А это проигрыш В): закупать оба товара, первого на сумму 10/19 от запланированной, а второго на сумму 9/19.

26

Находим оптимальное распределение прибыли по маршрутам и ожидаемую прибыль.

Вычеркиваем из таблицы второй столбец, т.к. все его элементы больше или равны элементам третьего. Вычеркиваем четвертую строку, т.к. ее оставшиеся элементы меньше элементов третьей. Элементы первого столбца больше элементов третьего, вычеркиваем первый столбец. Вторую строку вычеркиваем в результате сравнения с первой. Четвертый столбец вычеркиваем после сравнения с третьим. В результате получаем матрицу:

A_iB_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	5	6	4	6	9
A_2	6	5	3	4	8
A_3	7	6	6	7	5
A_4	6	7	5	4	3

которая эквивалентна матрице:

A_iB_j	B_3	B_5
A_1	4	9
A_3	6	5

Тогда вероятности чистых стратегий компании *A* в смешанной $\begin{pmatrix} A_1 & A_3 \\ p_1 & p_3 \end{pmatrix}$ равны: $p_1 = \dfrac{5-6}{4+5-6-9} = \dfrac{1}{6}$, $p_3 = 1 - \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{6}$. Цена игры равна $\nu = \dfrac{4\cdot 5 - 9\cdot 6}{4+5-6-9} = \dfrac{34}{6} \approx 5{,}67$.

Следовательно, 1/6 часть автопарка (17 машин) нужно направить на маршрут A_1, а остальные 5/6 парка (83 машины) на маршрут A_3. Маршруты A_2 и A_4 использовать не рационально. При этом прибыль, не зависимо от ответа компании В будет составлять 34/6 млн. руб.

27

Прямая и двойственная задачи линейного программирования имеют вид:

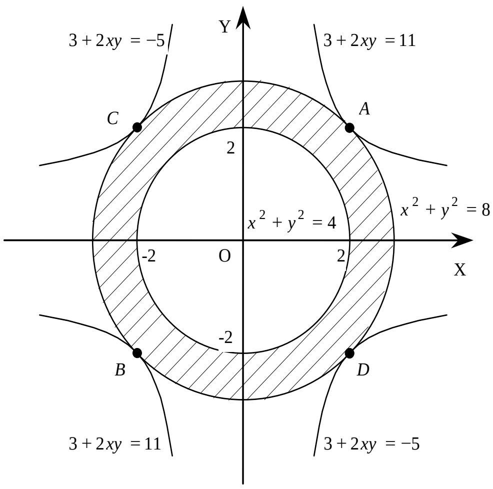
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \to \min;$$

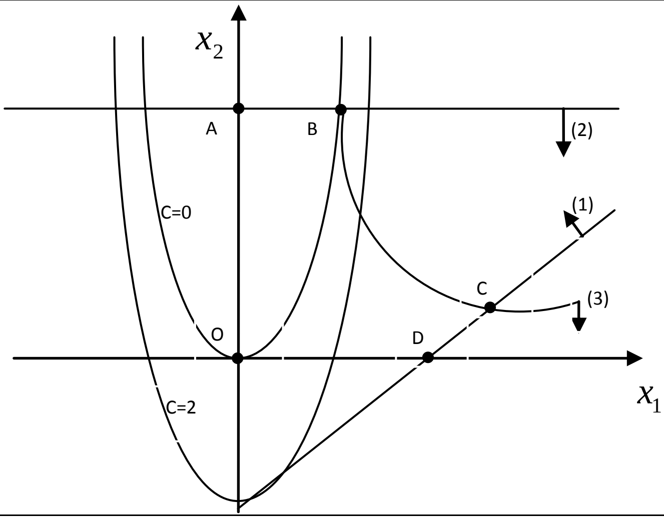
$$\begin{cases} 9x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 3x_5 \ge 1; \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 2x_4 + 8x_5 \ge 1; \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 \ge 1; \\ 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 6x_4 + 7x_5 \ge 1; \end{cases}$$

$$x_i \ge 0;\ i = 1,2,3,4,5.$$

	$y_1+y_2+y_3+y_4 \to \max;$ $\begin{cases} 9y_1+3y_2+6y_3+5y_4 \le 1; \\ 2y_1+5y_2+8y_3+3y_4 \le 1; \\ 6y_1+7y_2+2y_3+4y_4 \le 1; \\ 5y_1+2y_2+3y_3+6y_4 \le 1; \\ 3y_1+8y_2+y_3+7y_4 \le 1; \end{cases}$ $y_j \ge 0;\ \ j=1,2,3,4.$ Из решения можно найти цену игры $\nu=\dfrac{1}{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5}=\dfrac{1}{y_1+y_2+y_3+y_4}$ и вероятности состояний $p_i=x_i\nu,\ (i=1,2,3,4,5);\ q_j=y_j\nu,\ (j=1,2,3,4)$.
28	Пусть $f(x_1,x_2)$ - функция прибыли, тогда $f(x_1,x_2)=110x_1+70x_2-\left(7x_1^{\ 2}+8x_1x_2+3x_2^{\ 2}+90\right)=$ $=110x_1+70x_2-7x_1^{\ 2}-8x_1x_2-3x_2^{\ 2}-90$ Найдем первые частные производные функции $f(x_1,x_2)$: $\dfrac{\partial f}{\partial x_1}=110-14x_1-8x_2$, $\dfrac{\partial f}{\partial x_2}=70-8x_1-6x_2$. Найдем стационарные точки графика функции $f(x_1,x_2)$. Для этого решим систему: $\begin{cases} 110-14x_1-8x_2=0 \\ 70-8x_1-6x_2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x_2=110-14x_1 \\ 70-8x_1-6x_2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2=\dfrac{55}{4}-\dfrac{7}{4}x_1 \\ 70-8x_1-6\left(\dfrac{55}{4}-\dfrac{7}{4}x_1\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_2=\dfrac{1}{4}(55-7x_1) \\ 70-8x_1-\dfrac{165}{2}+\dfrac{21}{2}x_1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2=\dfrac{1}{4}(55-7x_1) \\ 140-165-16x_1+21x_1=0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_2=\dfrac{1}{4}(55-7x_1) \\ 5x_1=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=5 \\ x_2=5 \end{cases}$ Следовательно $M(5,5)$- стационарная точка. Проверим ее на экстремум, для этого введем обозначения: $a_{11}=\dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1^{\ 2}}$, $a_{12}=\dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1\,\partial x_2}$, $a_{22}=\dfrac{\partial^2 f}{\partial x_2^{\ 2}}$, тогда $a_{11}=-14$, $a_{12}=a_{21}=-8$, $a_{22}=-6$, $\Delta=-14\times(-6)-(-8)^2=20$. Т.к. $\Delta>0$, то экстремум есть, а т.к. $a_{11}<0$, то это максимум. Следовательно, при объемах выпуска $x_1=5$ и $x_2=5$, достигается максимальная прибыль равная: Получили, что $f_{\max}(x,x_2)=360$ и достигается при объемах выпуска $x_1=5$ и $x\ =5$.
29	Если область D замкнута и ограничена, то дифференцируемая функция $Z=f(X)$ достигает в этой области своих наибольшего и наименьшего значений или в стационарной точке, или в граничной точке области.
30	Так как заданная функция дифференцируется в замкнутой ограниченной

	области, то свое наибольшее или наименьшее значение она достигает или в стационарной точке внутри области дифференцирования, или на границе области. Найдем стационарные точки заданной функции, для этого решим систему: $\begin{cases} z'_x = 2y = 0 \\ z'_y = 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases}$, точка $O(0,0)$ не принадлежит заданной области дифференцирования, значит стационарных точек внутри области нет, следовательно, наибольшее/наименьшее значение функцией достигается на границе области дифференцирования. Граница области ограничена окружностями $x^2 + y^2 = 8$ и $x^2 + y^2 = 4$. Найдем наибольшее/наименьшее значение на границах области дифференцирования. Для этого составим функцию Лагранжа: $L(x,y,\lambda) = 3 + 2xy + \lambda(x^2 + y^2 - 8)$, тогда $\frac{\partial L}{\partial x} = 2y + 2\lambda x$, $\frac{\partial L}{\partial y} = 2x + 2\lambda y$, $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = x^2 + y^2 - 8$ следовательно, система уравнений для определения координат экстремальной точки имеет вид: $\begin{cases} 2y + 2\lambda x = 0 \\ x^2 + y^2 = 8 \\ 2x + 2\lambda y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -\frac{y}{x} \\ y^2 = 8 - x^2 \\ 2x - \frac{2(8 - x^2)}{x} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -\frac{y}{x} \\ y^2 = 8 - x^2 \\ 2x^2 - 16 + 2x^2 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -\frac{y}{x} \\ y^2 = 4 \\ x^2 = 4 \end{cases}$ Эта система имеет четыре решения: $x_1 = 2$, $y_1 = 2$, $\lambda_1 = -1$ — Точка $A(2,2)$ – точка условного max, $z(2,2) = 3 + 2xy = 3 + 2 \times 2 \times 2 = 11$. $x_2 = -2$, $y_2 = -2$, $\lambda_2 = -1$ — Точка $B(-2,-2)$ – точка условного max, $z(-2,-2) = 3 + 2xy = 3 + 2 \times (-2) \times (-2) = 11$. $x_3 = -2$, $y_3 = 2$, $\lambda_3 = 1$ — Точка $C(-2,2)$ – точка условного min, $z(-2,2) = 3 + 2xy = 3 + 2 \times (-2) \times 2 = -5$. $x_4 = 2$, $y_4 = -2$, $\lambda_4 = 1$ — Точка $D(2,-2)$ – точка условного min, $z(2,-2) = 3 + 2xy = 3 + 2 \times 2 \times (-2) = -5$. 2. $L(x,y,\lambda) = 3 + 2xy + \lambda(x^2 + y^2 - 4)$, тогда $\frac{\partial L}{\partial x} = 2y + 2\lambda x$, $\frac{\partial L}{\partial y} = 2x + 2\lambda y$, $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = x^2 + y^2 - 4$ следовательно, система уравнений для определения координат экстремальной точки имеет вид: $\begin{cases} 2y + 2\lambda x = 0 \\ x^2 + y^2 = 4 \\ 2x + 2\lambda y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -\frac{y}{x} \\ y^2 = 4 - x^2 \\ 2x - \frac{2(4 - x^2)}{x} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -\frac{y}{x} \\ y^2 = 4 - x^2 \\ 2x^2 - 8 + 2x^2 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -\frac{y}{x} \\ y^2 = 2 \\ x^2 = 2 \end{cases}$ Эта система также имеет четыре решения: $x_1 = \sqrt{2}$, $y_1 = \sqrt{2}$, $\lambda_1 = -1$ — Точка $E(\sqrt{2},\sqrt{2})$ – точка условного max, $z(\sqrt{2},\sqrt{2}) = 3 + 2xy = 3 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 7$.

	 $x_2 = -\sqrt{2}$, $y_2 = -\sqrt{2}$, $\lambda_2 = -1$ — Точка $F\left(-\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)$ – точка условного max, $z\left(-\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)=3+2xy=3+2\times\left(-\sqrt{2}\right)\times\left(-\sqrt{2}\right)=7$. $x_3 = -\sqrt{2}$, $y_3 = \sqrt{2}$, $\lambda_3 = 1$ — Точка $G\left(-\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$ – точка условного min, $z\left(-\sqrt{2},\sqrt{2}\right)=3+2xy=3+2\times\left(-\sqrt{2}\right)\times\sqrt{2}=-1$ $x_4 = \sqrt{2}$, $y_4 = -\sqrt{2}$, $\lambda_4 = 1$ — В точке $H\left(\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)$ – точка условного min, $z\left(\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)=3+2xy=3+2\times\sqrt{2}\times\left(-\sqrt{2}\right)=-1$. Следовательно, функция $z=3+2xy$ в заданной области достигает наибольшего значения в точках $A(2,2)$ и $B(-2,-2)$ и наименьшего в точках $C(-2,2)$ и $D(2,-2)$ при этом графики функций $3+2xy=11$ и $3+2xy=-5$ касаются окр-ти $x^2+y^2=8$ в точках A, B и C, D. **Ответ.** Заданная функция $z=3+2xy$ при условии $4 \le x^2+y^2 \le 8$ имеет $z_{MAX}=11$ и $z_{MIN}=-5$.
31	ОДР ограничена прямыми $x_1 - x_2 = 2$ (1) , $x_2 = 4$ (2), осями координат $x_1 = 0, x_2 = 0$ и гиперболой $x_1 + x_2 - x_1 x_2 = 0$, уравнение котјрой приводится к виду $x_2 - = 1 + \frac{1}{x_1 - 1}$ (3). ОДР представляет собой область OABCD. Линии уровня целевой функции - $2x_1^2 - x_2 = C$. Для разных значений C графиком уравнения $x_2 = 2x_1^2 - C$ является парабола с осью симметрии, совпадающей с осью ординат. При $C = 0$ парабола проходит через начало координат. при $C \succ 0$ параболы сдвигаются вниз. Перемещая в направлении возрастания, получим, что линии уровня покидают ОДР через точку X^* пересечения гиперболы $x_2 - = 1 + \frac{1}{x_1 - 1}$ и прямой $x_1 - x_2 = 2$. Решая систему, составленную из этих уравнений, получим $x_1^* = 2 + \sqrt{2}$, $x_2^* = \sqrt{2}$, $X^* = (2+\sqrt{2} ; \sqrt{2})$. Поэтому $Z_{\max} = 2(\sqrt{2}+2)^2 - \sqrt{2}$ или $Z_{\max} \approx 21{,}9$.



32 Воспользуемся методом динамического программирования и разобьем задачу на шаги. Вначале исследуем задачу для первых 2-х предприятий и рассмотрим «объединенное первое со вторым» предприятие.

	Инв в 1	0	100	200	300	400	500	600	700
Инв в 2	Приросты прибыли	0	20	34	46	53	55	60	60
0	0	0	20	34	46	53	55	60	60
100	18	18	38	52	64	71	73	78	
200	29	29	49	63	75	82	84		
300	45	45	65	79	91	98			
400	62	62	82	96	108				
500	78	78	98	112					
600	90	90	110						
700	98	98							

В таблице каждая северо-восточная диагональ отвечает определенным суммарным инвестициям в первое и второе предприятия. Например, если на первые два предприятия выделена сумма 0 млн. руб., то есть единственный способ разделить эту сумму между предприятиями: первому предприятию выделить 0 млн. руб. (и тогда прирост прибыли на первом предприятии будет равен 0 млн. руб.) и второму предприятию выделить 0 млн. руб. (и прирост прибыли на втором предприятии также будет равен 0 млн. руб.).

Далее, если на первые два предприятия выделена сумма 100 млн. руб., то есть два способа разделить эту сумму между предприятиями:

- первому предприятию выделить 100 млн. руб. (и тогда прирост прибыли на первом предприятии будет равен 20 млн. руб.), а второму предприятию выделить 0 млн. руб. (и прирост прибыли на втором предприятии также будет равен 0 млн. руб.). Значит, в этом случае суммарный прирост прибыли на двух предприятиях будет равен 20+0=20 млн. руб.;
- первому предприятию выделить 0 млн. руб. (и тогда прирост прибыли на первом предприятии будет равен 0 млн. руб.), а второму предприятию выделить 100 млн. руб. (и прирост прибыли на втором предприятии будет равен 18 млн. руб.). Значит, в этом случае суммарный прирост прибыли на двух предприятиях будет 0+18=18 млн. руб.

Таким образом, можно обеспечить максимальный суммарный прирост прибыли на двух предприятиях 20, для этого второму предприятию необходимо выделить

0.

Итак, в этой вспомогательной таблице мы значения приростов складываем на каждой северо-восточной диагонали находим наибольшее число, которое выделяем жирным и указываем соответствующие значения инвестиций во 2 предприятие.

Таблица 2.

Инв в 1 и 2	0	100	200	300	400	500	600
Макс прирост на 1 и 2	0	20	38	52	65	82	98
Инв в 2	0	0	100	100	300	400	500

На следующем этапе исследуем задачу для 2-х предприятий: объединенного первого со вторым и третьего.

Таблица 3.

	Инв в 1,2	0	100	200	300	400	500	600	700
Инв в 3	прирост	0	20	38	52	65	82	98	112
0	0	0	20	38	52	65	82	98	112
100	25	25	45	63	77	90	107	123	
200	41	41	61	79	93	106	123		
300	52	52	72	94	104	126			
400	74	74	94	112	126				
500	82	82	102	120					
600	88	88	106						
700	90	90							

Таблица 4.

Инв в 1,2 ,3	0	100	200	300	400	500	600
Сумм.прирост прибыли на1,2,3	0	25	45	63	79	94	112
Инв в 3 предп.	0	100	100	100	200	400	400

Рассмотрим «объединенное первое со вторым и с третьим» предприятие и 4 предприятие.

	Инв в 1,2,3	0	100	200	300	400	500	600	700
Инв в 4	Прирост	0	25	45	63	79	94	112	126
0	0								126
100	30							142	
200	52						146		
300	76					**155**			
400	90				153				
500	104			149					
600	116		141						
700	125	125							

В последней таблице заполняем только одну диагональ для значения x = 700.

	Наибольшее число на этой диагонали $z^* = 155$ млн. руб., причем четвертому предприятию должно быть выделено 300 млн. руб. на долю остальных трех предприятий остается 400 млн. руб. Из табл. 4. видно, что третьему предприятию должно быть выделено 200 млн. руб. продолжая обратный процесс, находим, что второму 100 млн. руб., а на долю первого предприятия остается 100 млн. руб. Таким образом, наилучшим является следующее распределение капитальных вложений по предприятиям: $x_1^*=100$, $x_2^*=100$, $x_3^*= 200$, $x_4^*=300$.
33	Динамическое программирование – это математический метод поиска оптимального управления, специально приспособленный к многошаговым процессам. Рассмотрим пример такого процесса.
34	*Принцип оптимальности Беллмана*. Каково бы ни было допустимое состояние системы $\vec{x}_{i-1} \in X_{i-1}$ перед очередным i-м шагом, надо выбрать допустимое УВ $\vec{u}_i \in U_i$ на этом шаге так, чтобы выигрыш W_i на i-м шаге плюс оптимальный выигрыш на всех последующих шагах был максимальным.
35	$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если вершины } x_i \text{ и } x_j \text{ соеденены ребром;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$
36	$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если из } x_i \text{ в } x_j \text{ идет дуга;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$
37	Для данного графа матрица смежности имеет вид: $A = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$
38	$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если вершина } x_i \text{ инцидентна дуге } u_i; \\ 0, & \text{в противоположном случае} \end{cases}$
39	$b_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если вершина } x_i - \text{начальная вершина дуги } u_j; \\ -1, \text{ если вершина } x_i - \text{конечная вершина дуги } u_j; \\ 0, \text{ если вершина } x_i \text{ не инцидентна дуге } u_j. \end{cases}$
40	$B = \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
41	Классическая постановка задачи о коммивояжере выглядит следующим образом: Имеется N городов, выезжая из исходного города А1, коммивояжер должен побывать во всех городах по 1 разу и вернуться в город А1. Задача заключается в определении последовательности объезда городов, при которой коммивояжеру требуется минимизировать некоторый критерий эффективности: стоимость проезда, время пути, суммарное расстояние и т.д.

42 ***Путь*** — это цепочка следующих друг за другом работ, соединяющих начальную и конечную вершины, например, в приведенной выше модели путями являются L_1 = (1, 2, 3, 7, 10, 11), L_2 = (1, 2, 4, 6, 11)

43 Три первые графы таблицы содержат исходные данные, а две последние графы – результаты расчетов по формулам.

Так, например, $t_{ож}(i,j)=(3t_{min}(i,j) + 2t_{max}(i,j))/5$

$$t_{ож}(1,2)=(3*5 +2*7,5)/5 =6$$

$$t_{ож}(2,3)=(3*4 +2*6,5)/5 =5$$

$$S^2(i,j) = (t_{max}(i,j) - t_{min}(i,j))^2 /5^2 =$$

$$= 0.04 \cdot (t_{max}(i,j) - t_{min}(i,j)^2$$

$$S^2(1,2) = (7,5 - 5)^2 /25 =0,25$$

$$S^2(2,3) = (6,5 - 4)^2 /25 =0,25$$

Таблица.

Работа (i,j)	Продолжительность		Ожидаемая Продолжительность $t_{ож}(i,j)$	Дисперсия $S^2(i,j)$
	$t_{min}(i,j)$	$t_{max}(i,j)$		
(1.2)	5	7.5	5	0.25
(2.3)	4	6.5	5	0.25
(2.4)	3	6	3	1.00
(2.5)	1	5.5	4	0.25
(3.7)	0.5	3.5	1	0.36
(4.5)	5	7.5	6	0.25
(4.6)	3	5.5	4	0.25
(4.9)	5	10	7	1.00
(5.8)	2	4.5	3	0.25
(5.10)	7	12	9	1.00
(6.9)	0	0	0	0.00
(6.11)	3	8	5	1.00
(7.10)	4	9	6	1.00
(8.10)	2	7	4	1.00
(9.10)	1	6	3	1.00
(10.11)	8	10.5	9	0.25

критическим является путь: $L_{кр}$ = (1,2,4,5,10,11), а его продолжительность равна $t_{кр}= t_{ож}$= 33 дня.

Дисперсия критического пути составляет:

$S^2_{Кр} = S^2(l,2) + S^2(2,4) + S^2(4,5) + S^2(5,10) + S^2(10,M) =$

$= 0,25 + 1,00 + 0,25 + 1,00 + 0,25 = 2,75.$

44 а) Для использования формулы показателя дисперсии необходимо иметь среднее квадратическое отклонение, вычисляемое путем извлечения из значения дисперсии квадратного корня, т. е. $S_{Кр}$ = 1,66. Тогда имеем:

$P(t_{кр} <35) = 0,5 + 0,5\ Ф\{(35 - 33)1,66\} =$

$= 0.5 + 0.5\ Ф(1,2)=0,5+0,5*0,77=0,885$

$P(t_{кр} <30) = 0,5 + 0,5\ Ф\{(30 - 33)/1,66\} = 0,5 - 0,5Ф(1,8) =$

$= 0,5 - 0,5 \bullet 0,95 = 0,035.$

Таким образом, вероятность того, что весь комплекс работ будет выполнен не более чем за 35 дней, составляет 88,5%, в то время как вероятность его выполнения за 30 дней — всего 3,5% .

б) Для решения второй (по существу обратной) задачи найдем значение аргумента z, которое соответствует заданной вероятности 95% . В графе Ф(z) наиболее близкое значение (0,9545 • 100%) к ней соответствует z = 1,9. В этой связи в формуле будем использовать именно это (не совсем точное) значение.

	Тогда получим: $T = t_{ож}(L_{кр}) + z - S_{Кр} = 33 + 1{,}9 \cdot 1{,}66 = 36{,}2$ дн. Следовательно, максимальный срок выполнения всего комплекса работ при заданном уровне вероятности р = 95% составляет 36,2 дня.

Задание № 1

Сформулируйте алгоритм решения задачи линейного программирования графическим методом.

Задание № 2

Дана задача линейного программирования: $F(x_1;\ x_2) = 2x_1 + 4x_2 \ \rightarrow \ \max$,

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 21, \\ x_1 \le 9, \\ x_2 \le 9, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Решить её геометрическим методом.

Задание № 3

Что включает модель задачи математического программирования?

Задание № 4

Какие условия должны быть соблюдены при решении ЗЛП графическим методом.

Задание № 5

Исходя из специализации и своих технологических возможностей предприятие может выпускать четыре вида продукции. Сбыт любого количества обеспечен. Для изготовления этой продукции используются трудовые ресурсы, полуфабрикаты и станочное оборудование. Общий объём ресурсов, расход каждого ресурса за единицу продукции, приведены в таблице. Требуется составить математическую модель прямой задачи.

Ресурсы		Выпускаемая продукция				Объём ресурсов
		$Н_1$	$Н_2$	$Н_3$	$Н_4$	
$Р_1$	Трудовые ресурсы, чел-ч	4	2	2	8	4800
$Р_2$	Полуфабрикаты, кг	2	10	6	0	2400
$Р_3$	Станочное оборудование, станко-ч	1	0	2	1	1500
Цена единицы продукции, р.		65	70	60	120	

Задание № 6

Исходя из специализации и своих технологических возможностей предприятие может выпускать четыре вида продукции. Сбыт любого количества обеспечен. Для изготовления этой продукции используются трудовые ресурсы, полуфабрикаты и станочное оборудование. Общий объём ресурсов, расход каждого ресурса за единицу продукции, приведены в таблице. Требуется составить математическую модель двойственной задачи.

Ресурсы		Выпускаемая продукция				Объём ресурсов
		$Н_1$	$Н_2$	$Н_3$	$Н_4$	
$Р_1$	Трудовые ресурсы, чел-ч	4	2	2	8	4800
$Р_2$	Полуфабрикаты, кг	2	10	6	0	2400
$Р_3$	Станочное оборудование, станко-ч	1	0	2	1	1500
Цена единицы продукции, р.		65	70	60	120	

Задание № 7

Какая взаимосвязь между прямой и двойственной задачами?

Задание № 8

Сформулируйте теорему оптимальности Канторовича.

Задание № 9

Сформулируйте малую теорему двойственности.

Задание № 10

Компания «Стройгранит» производит добычу строительной щебенки и имеет на территории региона три карьера. Запасы щебенки на карьерах соответственно равны 800, 900 и 600 тыс. тонн. Четыре строительные организации , проводящие строительные работы на разных объектах этого же региона дали заказ на поставку соответственно 300, 600, 650 и 750 тыс. тонн щебенки. Стоимость перевозки 1 тыс. тонн щебенки с каждого карьера на каждый объект приведены в таблице:

Карьер	*Строительный объект*			
	1	*2*	*3*	*4*
1	8	4	1	7
2	3	6	7	3
3	6	5	11	8

Необходимо выяснить является ли данная задача закрытой.

Задание № 11

Компания «Стройгранит» производит добычу строительной щебенки и имеет на территории региона три карьера. Запасы щебенки на карьерах соответственно равны 800, 900 и 600 тыс. тонн. Четыре строительные организации , проводящие строительные работы на разных объектах этого же региона дали заказ на поставку соответственно 300, 600, 650 и 750 тыс. тонн щебенки. Стоимость перевозки 1 тыс. тонн щебенки с каждого карьера на каждый объект приведены в таблице:

Карьер	*Строительный объект*			
	1	*2*	*3*	*4*
1	8	4	1	7
2	3	6	7	3
3	6	5	11	8

Необходимо составить математическую модель о нахождении плана перевозки (количество щебенки, перевозимой с каждого карьера на каждый строительный объект), чтобы суммарные затраты на перевозку были минимальными.

Задание № 12

Найти опорное решение методом северо-западного угла.

Карьер	*Строительный объект*			
	1	*2*	*3*	*4*
1	8	4	1	7
2	3	6	7	3
3	6	5	11	8

Задание № 13

Найти опорное решение методом наименьших затрат.

Карьер	*Строительный объект*			
	1	*2*	*3*	*4*
1	8	4	1	7
2	3	6	7	3
3	6	5	11	8

Задание № 14

Сформулируйте алгоритм решения транспортной задачи методом потенциалов.

Задание № 15

Определить значение переменных для следующей оптимизационной задачи:

$\max L = 7x_1 + 3x_2$; $5x_1 + 2x_2 \leq 20$; $8x_1 + 4x_2 \leq 38$; $x_1, x_2 \geq 0$ – целые.

Задание № 16

Пусть предприятие изготавливает два вида продукции A, B, для которых использует три вида ресурсов. Известны нормы расхода и запасы каждого вида.

Из анализа спроса установлено, что цена единицы продукции для изделия A может изменяться от 2 до $12, а для изделия B – от 13 до $3, причем эти изменения определяются соотношениями

$c_1 = 2 + t$, $c_2 = 13 - t$, где $0 \leq t \leq 10$.

Ресурсы	Удельный расход ресурсов на изделие		Наличие ресурсов
	A	*B*	
1	4	1	16
2	2	2	22
3	6	3	36
Цена изделия	$2 + t$	$13 - t$	–

Требуется для каждого из возможных значений цены каждого вида изделий найти такой план их производства, при котором обеспечивается максимальная выручка.

Задание № 17

Директор торговой фирмы, продающей бытовую технику решил открыть представительство в областном центре. У него имеются стратегии либо создавать собственный магазин в отдельном помещении, либо организовывать сотрудничество с местными торговыми центрами. Всего можно выделить 5 стратегий решения: A_1, A_2, A_3, A_4, A_5. Успех торговой фирмы зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Эксперты выделяют 4 возможных варианта развития ситуации S_1, S_2, S_3, S_4. Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей a_{ij} (млн. р./год).

S_j \ A_i	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	8	12	14	5
A_2	9	10	11	10
A_3	2	4	9	22
A_4	12	14	10	1
A_5	15	6	7	14

Выбирать оптимальную стратегию игрока с помощью максиминного критерия Вальда.

Задание № 18

Директор торговой фирмы, продающей бытовую технику решил открыть представительство в областном центре. У него имеются стратегии либо создавать собственный магазин в отдельном помещении, либо организовывать сотрудничество с местными торговыми центрами. Всего можно выделить 5 стратегий решения: A_1, A_2, A_3, A_4, A_5. Успех торговой фирмы зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Эксперты выделяют 4 возможных варианта развития ситуации S_1, S_2, S_3, S_4. Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей a_{ij} (млн. р./год).

S_j / A_i	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	8	12	14	5
A_2	9	10	11	10
A_3	2	4	9	22
A_4	12	14	10	1
A_5	15	6	7	14

Выбирать оптимальную стратегию игрока с помощью Критерия Сэвиджа.

Задание № 19

Директор торговой фирмы, продающей бытовую технику решил открыть представительство в областном центре. У него имеются стратегии либо создавать собственный магазин в отдельном помещении, либо организовывать сотрудничество с местными торговыми центрами. Всего можно выделить 5 стратегий решения: A_1, A_2, A_3, A_4, A_5. Успех торговой фирмы зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Эксперты выделяют 4 возможных варианта развития ситуации S_1, S_2, S_3, S_4. Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей a_{ij} (млн. р./год).

S_j / A_i	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	8	12	14	5
A_2	9	10	11	10
A_3	2	4	9	22
A_4	12	14	10	1
A_5	15	6	7	14

Выбирать оптимальную стратегию игрока с помощью Критерия Гурвица.

Задание № 20

Директор торговой фирмы, продающей бытовую технику решил открыть представительство в областном центре. У него имеются стратегии либо создавать собственный магазин в отдельном помещении, либо организовывать сотрудничество с местными торговыми центрами. Всего можно выделить 5 стратегий решения: A_1, A_2, A_3, A_4, A_5. Успех торговой фирмы зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Эксперты выделяют 4 возможных варианта развития ситуации S_1, S_2, S_3, S_4. Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей a_{ij} (млн. р./год).

S_j \ A_i	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	8	12	14	5
A_2	9	10	11	10
A_3	2	4	9	22
A_4	12	14	10	1
A_5	15	6	7	14

Выбирать оптимальную стратегию игрока с помощью Критерия Лапласа

Задание № 21

Директор торговой фирмы, продающей бытовую технику решил открыть представительство в областном центре. У него имеются стратегии либо создавать собственный магазин в отдельном помещении, либо организовывать сотрудничество с местными торговыми центрами. Всего можно выделить 5 стратегий решения: A_1, A_2, A_3, A_4, A_5. Успех торговой фирмы зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Эксперты выделяют 4 возможных варианта развития ситуации S_1, S_2, S_3, S_4. Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей a_{ij} (млн. р./год).

S_j \ A_i	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	8	12	14	5
A_2	9	10	11	10
A_3	2	4	9	22
A_4	12	14	10	1
A_5	15	6	7	14

Выбирать оптимальную стратегию игрока с помощью Критерия максимального оптимизма.

Задание № 22

Нефтяная компания собирается построить в районе крайнего севера нефтяную вышку. Имеется 4 проекта A, B, C и D. Затраты на строительство (млн. руб.) зависят от того, какие погодные условия будут в период строительства. Возможны 5 вариантов погоды S_1, S_2, S_3, S_4, S_5. Выбрать оптимальный проект для строительства используя критерии Лапласа, Вальда, максимального оптимизма, Сэвиджа и Гурвица при $\alpha = 0,6$. Матрица затрат имеет вид:

$A_i \backslash S_j$	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
A_1	7	12	8	10	5
A_2	9	10	7	8	9
A_3	6	8	15	9	7
A_4	9	10	8	11	7

Задание № 23

Дебитор A желает выбрать один из четырех условий займа: A_1, A_2, A_3, A_4. Кредитор может на любой вариант займа ответить вариантом предоставления кредита B_1, B_2, B_3, B_4, B_5. Процентные ставки для дебитора при любом варианте кредитора представлены платежной матрицей:

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	6	1	8	4	4
A_2	9	6	7	5	8
A_3	3	7	6	2	8
A_4	2	6	7	3	3

Найти нижнюю и верхнюю цены игры.

Задание № 24

Игрок A прячет в одной из рук монету. Игрок B пытается угадать руку с монетой. Если B не угадывает, то A получает от B 1 у.е. Если B угадывает руку с монетой и эта рука правая, то он получает от A 1 у.е. Если B находит монету в левой руке, то он получает от A 2 у.е. Определить оптимальные стратегии поведения для каждого игрока и средний выигрыш для A.

Задание № 25

Торговая организация A выделяет 1 млн. руб. на закупку товара на реализацию. Имеется выбор между закупкой товаров T_1 или T_2. Ожидаемая прибыль зависит от того, какой товар T_1 или T_2 будет закупать конкурент B. Если оба будут закупать T_1, то ввиду конкуренции A понесет убытки в 200 тыс. руб. Если оба будут закупать T_2, то по той же причине *A* понесет убытки в 100 тыс. руб. Если *A* закупит T_1 а *B* закупит T_2, то прибыль *A* составит 900 тыс. руб. Если *A* закупит T_2 а *B* закупит T_1, то прибыль *A* составит 700 тыс. руб. Как лучше поступить игрокам при оптимальном поведении?

Задание № 26

Директор транспортной компании *A*, оказывающей транспортные услуги по перевозке пассажиров в областном центре, планирует открыть один или несколько маршрутов: A_1, A_2, A_3 и A_4. Для этого было закуплено 100 микроавтобусов. Он может поставить весь транспорт на одном из маршрутов (наиболее выгодном), либо распределить по нескольким маршрутам. Спрос на транспорт, а соответственно и прибыль компании во многом зависит от того, какие маршруты в ближайшее время откроет главный конкурент - компания *B*. Ее руководство полностью владеет ситуацией и может открыть несколько из пяти маршрутов B_1, B_2, B_3, B_4 и B_5. Оценки прибыли компании *A* (млн. руб.) при любом ответе *B* представлена платежной матрицей:

A_i\B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	5	6	4	6	9
A_2	6	5	3	4	8
A_3	7	6	6	7	5
A_4	6	7	5	4	3

Находим оптимальное распределение прибыли по маршрутам и ожидаемую прибыль.

Задание № 27

Построить прямую и двойственную задачи линейного программирования для решения матричной игры, заданной платежной матрицей: $\begin{pmatrix} 9 & 3 & 6 & 5 \\ 2 & 5 & 8 & 3 \\ 6 & 7 & 2 & 4 \\ 5 & 2 & 3 & 6 \\ 3 & 8 & 1 & 7 \end{pmatrix}$.

Задание № 28

Фирма производит товар двух видов в количествах x_1 и x_2. Задана функция полных издержек $C(x_1, x_2)$. Цены этих товаров на рынке равны P_1 и P_2. Определить, при каких объемах выпуска достигается максимальная прибыль, найти эту прибыль.

$C(x, y) = 7x_1^2 + 8x_1x_2 + 3x_2^2 + 90$, $P_1 = 110$, $P_2 = 70$.

Задание № 29

Сформулируйте Теорему Вейерштрасса.

Задание № 30

Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = 3 + 2xy$ в области:

$$4 \le x^2 + y^2 \le 8.$$

Задание № 31

Решить задачу нелинейного программирования:

$$F(x_1, x\ ) = 2x_1^2 - x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \le 2; \\ x_2 \le 4; \\ x_1 + x_2 - x_1 x_2 \ge 0; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Задание № 32

Производственное объединение состоит из 4 предприятий (n=4). Общая сумма капитальных вложений равна 700 млн. руб. (b=700), выделяемые предприятием суммы кратны 100 млн. руб. Если j-е предприятие получает инвестиции в объеме x млн. руб., то прирост годовой прибыли на этом предприятии составит $f_j(x)$ млн. руб. в год. Значения функций $f_j(x)$ приведены в таблице:

X	0	100	200	300	400	500	600	700
$f_1(x)$	0	20	34	46	53	55	60	60
$f_2(x)$	0	18	29	45	62	78	90	98
$f_3(x)$	0	25	41	52	74	82	88	90
$f_4(x)$	0	30	52	76	90	104	116	125

Требуется найти такое распределение инвестиций между предприятиями, которое максимизирует суммарный прирост прибыли на всех предприятиях вместе.

Задание № 33

Что такое динамическое программирование?

Задание № 34

Сформулируйте принцип оптимальности Беллмана.

Задание № 35

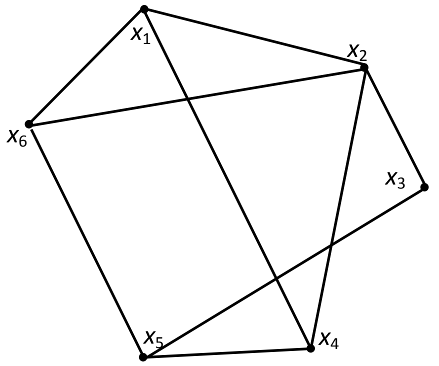
Как определяются элементы матрицы смежности неориентированного графа G=(X,U) с *n* вершинами?

Задание № 36

Как определяются элементы матрицы смежности ориентированного графа G=(X,U) с *n* вершинами?

Задание № 37

Для графа, изображенного на рисунке, найдите матрицу смежности.



Задание № 38

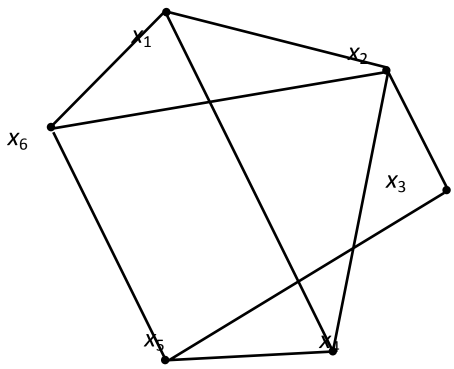
Как определяются элементы матрицы инцидентности неориентированного графа G=(X,U) с n вершинами и m?

Задание № 39

Как определяются элементы матрицы инцидентности ориентированного графа G=(X,U) с n вершинами и m?

Задание № 40

Для графа, изображенного на рисунке, найдите матрицу инцидентности.

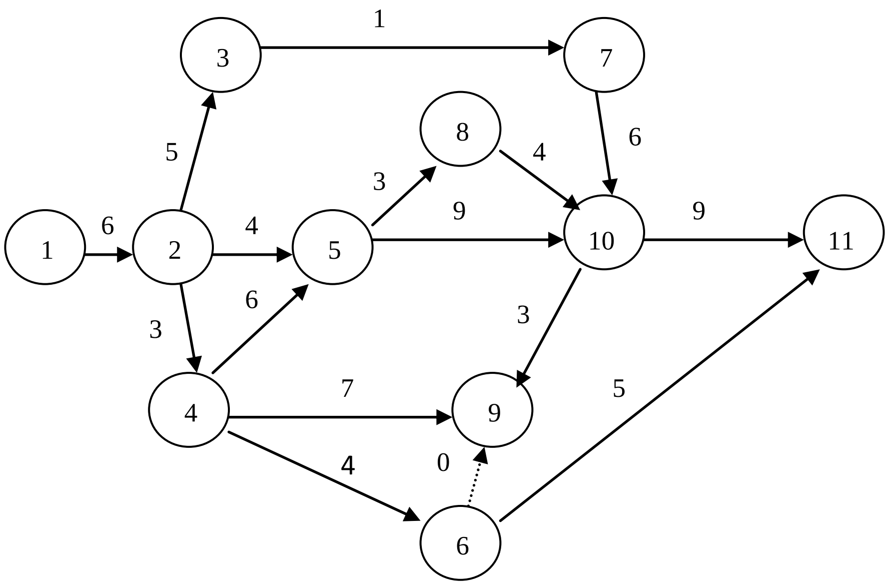


Задание № 41

Дайте классическую постановку задачи о коммивояжере.

Задание № 42

Приведите пример пути данной сетевой модели.



Задание № 43

Структура сетевой модели и оценки продолжительности работ (в сутках) заданы в таблице. Найдите все характеристики СМ.

Работа *(i,j)*	Продолжительность	
	$t_{min}(i,j)$	$t_{max}(i,j)$
(1.2)	5	7.5
(2.3)	4	6.5
(2.4)	3	6
(2.5)	1	5.5
(3.7)	0.5	3.5
(4.5)	5	7.5
(4.6)	3	5.5
(4.9)	5	10
(5.8)	2	4.5
(5.10)	7	12
(6.9)	0	0
(6.11)	3	8
(7.10)	4	9
(8.10)	2	7
(9.10)	1	6
(10.11)	8	10.5

Задание № 44

Структура сетевой модели и оценки продолжительности работ (в сутках) заданы в таблице. Требуется:

а) оценить вероятность выполнения всего комплекса работ за 35 дней, за 30 дней;

б) оценить максимально возможный срок выполнения всего комплекса работ с надежностью 95% (т. е. р = 0,95).

Работа	Продолжительность	
(i,j)	$t_{min}(i,j)$	$t_{max}(i,j)$
(1.2)	5	7.5
(2.3)	4	6.5
(2.4)	3	6
(2.5)	1	5.5
(3.7)	0.5	3.5
(4.5)	5	7.5
(4.6)	3	5.5
(4.9)	5	10
(5.8)	2	4.5
(5.10)	7	12
(6.9)	0	0
(6.11)	3	8
(7.10)	4	9
(8.10)	2	7
(9.10)	1	6
(10.11)	8	10.5

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Экзамен является заключительным этапом процесса формирования компетенций обучающегося при изучении дисциплины и имеет целью проверку и оценку знаний обучающегося по теории и применению полученных знаний, умений и навыков при решении практических задач.

Экзамен проводится по расписанию, сформированному учебно-методическим управлением, в сроки, предусмотренные календарным учебным графиком.

Экзамен принимается преподавателем, ведущим лекционные занятия.

Экзамен проводится только при предъявлении обучающимся зачетной книжки и при условии выполнения всех контрольных мероприятий, предусмотренных учебным планом и рабочей программой дисциплины.

Обучающимся на экзамене представляется право выбрать один из билетов. Время подготовки к ответу составляет 30 минут. По истечении установленного времени обучающийся должен ответить на вопросы экзаменационного билета.

Результаты экзамена оцениваются по пятибалльной системе и заносятся в зачетно-экзаменационную ведомость и зачетную книжку. В зачетную книжку заносятся только положительные оценки. Подписанный преподавателем экземпляр ведомости сдаётся не позднее следующего дня в деканат.

В случае неявки обучающегося на экзамен в зачетно-экзаменационную ведомость делается отметка «не явка».

Обучающиеся, не прошедшие промежуточную аттестацию по дисциплине, должны ликвидировать академическую задолженность в установленном локальными нормативными актами Института порядке.